



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°56



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 18 et 12 par 2.
- **B** est la somme de 18 et du quotient de 12 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 4^2 - 13 \quad \mathbf{D} = (6 + 1)^2 \quad \mathbf{E} = 4 + 8 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

300 divisé par 7 1 195 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 259 par 13 ? Justifier.

$$(a) 259 = 13 \times 20 - 1 \quad (b) 259 = 13 \times 19 + 12 \quad (c) 259 = 13 \times 18 + 25$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 61 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 090					
3 338					
575					
681					
7 047					

2. Dans le nombre $80\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 142 est un multiple de 7.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 6 \times 8 \quad B = 18 \div 2 \times 4$$

$$C = (4 \times 3 - 7) \div 2 \quad D = 3 \times [36 - (2 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 - 5 + 5 \times 3 = 24 \quad 3 \times 5 + 8 + 8 = 47$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 28 - 45 \times 18 \quad F = 14 \times 9 \quad G = 30 + 5,05 + 70$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 7 \times 7 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 102 ; 127 ; 81 ; 16 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 1 \quad B = (2 \times 5)^2 - 1$$

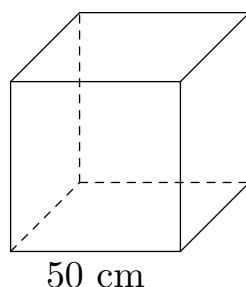
$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 85 et 127.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 0.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (18 + 12) \div 2 = 30 \div 2 = 15$

$$B = 18 + 12 \div 2 = 18 + 6 = 24$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 4^2 - 13$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 4 et 13.

$$D = (6 + 1)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 6 et 1.}$$

$$E = 4 + 8 \times 5 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 4 et du produit de 8 par 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 42 = 294 \leq 300 < 301 = 7 \times 43$: le quotient est 42, le reste $300 - 294 = 6$.

$$300 = 7 \times 42 + 6, \text{ avec } 6 < 7.$$

$$28 \times 42 = 1\,176 \leq 1\,195 < 1\,204 = 28 \times 43 : \text{le quotient est 42, le reste } 1\,195 - 1\,176 = 19.$$

$$1\,195 = 28 \times 42 + 19, \text{ avec } 19 < 28.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $259 = 13 \times 20 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $259 = 13 \times 19 + 12$: le reste 12 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $259 = 13 \times 18 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 12.

Comme $12 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 259 par 19 : quotient 13, reste 12.

3. $61 = 9 \times 6 + 7$

6 minibus pleins transportent 54 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 7 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 090	oui	non	oui	non	oui
3 338	oui	non	non	non	non
575	non	non	oui	non	non
681	non	oui	non	non	non
7 047	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$7\ 090 \rightarrow 7 + 0 + 9 + 0 = 16 \quad 3\ 338 \rightarrow 3 + 3 + 3 + 8 = 17 \quad 575 \rightarrow 5 + 7 + 5 = 17$$

$$681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 \quad 7\ 047 \rightarrow 7 + 0 + 4 + 7 = 18$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 0 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 804.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 15 est divisible par 3 ($15 = 3 \times 5$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 142 est un multiple de 7. » **Faux.** $142 = 7 \times 20 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 3 + 6 \times 8 = 3 + 48 = 51$

$$B = 18 \div 2 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (4 \times 3 - 7) \div 2 = (12 - 7) \div 2 = 5 \div 2 = 2,5$$

$$D = 3 \times [36 - (2 + 2)] = 3 \times [36 - 4] = 3 \times 32 = 96$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 - 5 + 5) \times 3 = (3 + 5) \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$3 \times (5 + 8) + 8 = 3 \times 13 + 8 = 39 + 8 = 47$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 28 - 45 \times 18 = 45 \times (28 - 18) = 45 \times 10 = 450$$

$$F = 14 \times 9 = 14 \times (10 - 1) = 14 \times 10 - 14 \times 1 = 140 - 14 = 126$$

$$G = 30 + 5,05 + 70 = 30 + 70 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$ » **Faux**. $(2 + 1)^2 = 3^2 = 9$, alors que $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

$81 = 9^2$: **carré** 102 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 102 < 121 = 11^2$)

127 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 127 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 1 = 2 \times 25 - 1 = 50 - 1 = 49$

$B = (2 \times 5)^2 - 1 = 10^2 - 1 = 100 - 1 = 99$

$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$

$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 12 = 1^2 + 12 = 1 + 12 = 13$ et $8n = 8 \times 1 = 8$.

$13 \neq 8$: l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48$ et $8n = 8 \times 6 = 48$.

$48 = 48$: l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 6 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\ 000$

a) Le volume est de $125\ 000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$125\ 000 \div 1\ 000 = 125$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 85 et 127. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°56



« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).