



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°57



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 7 et du produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la somme de 7 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6 + 54 \div 9 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = 3 \times 8^2 - 12$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$325 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,441 \text{ divisé par } 18$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 259 par 12 ? Justifier.

$$(a) 259 = 12 \times 22 - 5 \quad (b) 259 = 12 \times 21 + 7 \quad (c) 259 = 12 \times 20 + 19$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 105 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 940					
987					
7 821					
275					
7 856					

2. Dans le nombre $2\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 35 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°57



CAPU0057

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 2 + 6 \times 5 \quad B = 7 \times 9 - 5 \times 5$$

$$C = (6 \times 4 - 7) \div 5 \quad D = 6,7 + 3 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 3 \times 6 \times 2 = 60 \quad 7 + 4 + 5 \times 8 = 128$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 48 \times 99 \quad F = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 \quad G = 4 \times 68 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 9 \times 9 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 40 ; 81 ; 100 ; 56 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 1 \quad B = (5 \times 3)^2 - 1$$

$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 6$ et $B = (3a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 89 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 24 et 76. Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis le carré d'un nombre entier.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 7 + 2 \times 5 = 7 + 10 = 17$

$$B = (7 + 2) \times 5 = 9 \times 5 = 45$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 + 54 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du quotient de 54 par 9.

$$D = 2 \times 7^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$$E = 3 \times 8^2 - 12$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 8 et 12.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 46 = 322 \leq 325 < 329 = 7 \times 47$: le quotient est 46, le reste $325 - 322 = 3$.

$$325 = 7 \times 46 + 3, \text{ avec } 3 < 7.$$

$$18 \times 80 = 1\,440 \leq 1\,441 < 1\,458 = 18 \times 81$$
 : le quotient est 80, le reste $1\,441 - 1\,440 = 1$.

$$1\,441 = 18 \times 80 + 1, \text{ avec } 1 < 18.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $259 = 12 \times 22 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $259 = 12 \times 21 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $259 = 12 \times 20 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 7.

Comme $7 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 259 par 21 : quotient 12, reste 7.

3. $105 = 20 \times 5 + 5$

En 5 soirs, elle lit 100 pages ; il lui en reste encore 5.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 5 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 940	oui	non	oui	non	oui
987	non	oui	non	non	non
7 821	non	oui	non	oui	non
275	non	non	oui	non	non
7 856	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°57



CAPU0057

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,940 &\rightarrow 3 + 9 + 4 + 0 = 16 & 987 &\rightarrow 9 + 8 + 7 = 24 & 7\,821 &\rightarrow 7 + 8 + 2 + 1 = 18 \\ 275 &\rightarrow 2 + 7 + 5 = 14 & 7\,856 &\rightarrow 7 + 8 + 5 + 6 = 26 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 0 = 2 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 9$$

Une seule solution : 270.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 30 est divisible par 3 ($30 = 3 \times 10$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 35 est un multiple de 3. » **Faux.** $35 = 3 \times 11 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 2 + 6 \times 5 = 2 + 30 = 32$

$$B = 7 \times 9 - 5 \times 5 = 63 - 25 = 38$$

$$C = (6 \times 4 - 7) \div 5 = (24 - 7) \div 5 = 17 \div 5 = 3,4$$

$$D = 6,7 + 3 \times 0,2 = 6,7 + 0,6 = 7,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 3) \times 6 \times 2 = 5 \times 6 \times 2 = 30 \times 2 = 60$$

$$(7 + 4 + 5) \times 8 = (11 + 5) \times 8 = 16 \times 8 = 128$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 48 \times 99 = 48 \times (100 - 1) = 48 \times 100 - 48 \times 1 = 4\,800 - 48 = 4\,752$$

$$F = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

$$G = 4 \times 68 \times 25 = 4 \times 25 \times 68 = 100 \times 68 = 6\,800$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $9 \times 9 = 9^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$40 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 40 < 49 = 7^2) \quad 56 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 1 = 5 \times 9 - 1 = 45 - 1 = 44$

$$B = (5 \times 3)^2 - 1 = 15^2 - 1 = 225 - 1 = 224$$

$$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 6 = 3 \times 4^2 - 6 = 3 \times 16 - 6 = 48 - 6 = 42$$

$$B = (3a)^2 - 6 = (3 \times 4)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 89 :

$$9^2 = 81 \leq 89 \text{ et } 10^2 = 100 > 89.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$89 - 81 = 8$$

b) Il lui restera 8 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 24 et 76. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 27, 64.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).