



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°58



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 15 et du quotient de 15 par 3.
- **B** est le quotient de la somme de 15 et 15 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 + 9) \times 5 \quad \mathbf{D} = 9 + 3 \times 9 \quad \mathbf{E} = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

476 divisé par 8 714 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 217 par 8 ? Justifier.

$$(a) 217 = 8 \times 28 - 7 \quad (b) 217 = 8 \times 26 + 9 \quad (c) 217 = 8 \times 27 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 339 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 339 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565					
8 840					
2 506					
3 051					
201					

2. Dans le nombre $87\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 159 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°58



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 61 - 4 \times 2 \quad B = 3 \times 4 - 3 \times 3$$

$$C = (4 \times 8 - 6) \div 4 \quad D = 5 \times [24 - (5 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 5 + 8 + 4 = 51 \quad 4 + 6 - 3 + 6 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 99 \quad F = 16 \times 57 + 16 \times 43 \quad G = 4 \times 76 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 12 \times 12 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad 3 \times 4^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

90 ; 11 ; 48 ; 81 ; 36 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 4 \quad B = (3 \times 6)^2 - 4$$

$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 4)^2$ pour $a = 5$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 57 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 152 et 203. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°58



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 + 15 \div 3 = 15 + 5 = 20$

$$B = (15 + 15) \div 3 = 30 \div 3 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 9) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 9 par 5.

$$D = 9 + 3 \times 9$$
 est une **somme** : c'est la somme de 9 et du produit de 3 par 9.

$$E = (2 \times 6)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 59 = 472 \leq 476 < 480 = 8 \times 60$: le quotient est 59, le reste $476 - 472 = 4$.

$$476 = 8 \times 59 + 4, \text{ avec } 4 < 8.$$

$$12 \times 59 = 708 \leq 714 < 720 = 12 \times 60$$
 : le quotient est 59, le reste $714 - 708 = 6$.

$$714 = 12 \times 59 + 6, \text{ avec } 6 < 12.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $217 = 8 \times 28 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $217 = 8 \times 26 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $217 = 8 \times 27 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 27, reste 1.

Comme $1 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 217 par 27 : quotient 8, reste 1.

3. $339 = 7 \times 48 + 3$

a) 339 jours font 48 semaines complètes et 3 jours.

Après 48 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 3 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi.

b) Dans 339 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565	non	non	oui	non	non
8 840	oui	non	oui	non	oui
2 506	oui	non	non	non	non
3 051	non	oui	non	oui	non
201	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°58



CAPU0058

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 565 &\rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 & 8\,840 &\rightarrow 8 + 8 + 4 + 0 = 20 & 2\,506 &\rightarrow 2 + 5 + 0 + 6 = 13 \\ 3\,051 &\rightarrow 3 + 0 + 5 + 1 = 9 & 201 &\rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 7 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15 ; \square = 6 : 21$$

2 solutions : 870, 876.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 159 est un multiple de 8. » **Faux.** $159 = 8 \times 19 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 61 - 4 \times 2 = 61 - 8 = 53$

$$B = 3 \times 4 - 3 \times 3 = 12 - 9 = 3$$

$$C = (4 \times 8 - 6) \div 4 = (32 - 6) \div 4 = 26 \div 4 = 6,5$$

$$D = 5 \times [24 - (5 + 5)] = 5 \times [24 - 10] = 5 \times 14 = 70$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (5 + 8 + 4) = 3 \times (13 + 4) = 3 \times 17 = 51$$

$$4 + 6 - (3 + 6) = 4 + 6 - 9 = 10 - 9 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1\,300 - 13 = 1\,287$$

$$F = 16 \times 57 + 16 \times 43 = 16 \times (57 + 43) = 16 \times 100 = 1\,600$$

$$G = 4 \times 76 \times 25 = 4 \times 25 \times 76 = 100 \times 76 = 7\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » } \mathbf{Vrai.} \quad 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 3 \times 4^2 = 12^2 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \mathbf{cube} \quad 11 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 11 < 16 = 4^2)$$

$$36 = 6^2 : \mathbf{carré} \quad 48 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 48 < 49 = 7^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°58



CAPU0058

$81 = 9^2$: carré 90 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 4 = 3 \times 36 - 4 = 108 - 4 = 104$

$$B = (3 \times 6)^2 - 4 = 18^2 - 4 = 324 - 4 = 320$$

$$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$$

$$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : (a + 4)^2 = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : (a + 4)^2 = (0,5 + 4)^2 = 4,5^2 = 20,25$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 57 :

$$7^2 = 49 \leq 57 \text{ et } 8^2 = 64 > 57.$$

a) **Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.**

$$57 - 49 = 8$$

b) **Il lui restera 8 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 152 et 203. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).