



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°59



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 6.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 + 12 \div 4 \quad \mathbf{D} = (7 + 2) \times 7 \quad \mathbf{E} = (1 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

866 divisé par 4 659 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 272 par 10 ? Justifier.

$$(a) 272 = 10 \times 26 + 12 \quad (b) 272 = 10 \times 27 + 2 \quad (c) 272 = 10 \times 28 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 95 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 95 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 086					
395					
6 507					
7 770					
957					

2. Dans le nombre $8\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 66.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 8 + 8 \times 4 \quad B = 15 + 28 \div 4 \times 4$$

$$C = (6 \times 5 - 3) \div 5 \quad D = 3 \times [20 - (6 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 9 \times 6 - 5 = 15 \quad 3 \times 6 - 3 + 5 = 10$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 60 + 7,8 + 40 \quad F = 43 \times 11 \quad G = 35 \times 84 - 35 \times 74$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 9 + 9 + 9 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 7^2 = 14 \quad (5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 121 ; 1 000 ; 64 ; 133 ; 18

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 4 \quad B = (4 \times 5)^2 - 4$$

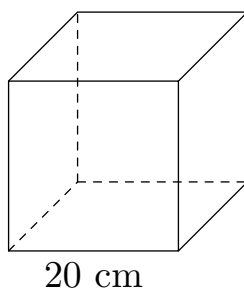
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 53.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je ne suis pas divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$

$B = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 + 12 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 5 et du quotient de 12 par 4.

$D = (7 + 2) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 2 par 7.

$E = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 216 = 864 \leq 866 < 868 = 4 \times 217$: le quotient est 216, le reste $866 - 864 = 2$.

$866 = 4 \times 216 + 2$, avec $2 < 4$.

$13 \times 50 = 650 \leq 659 < 663 = 13 \times 51$: le quotient est 50, le reste $659 - 650 = 9$.

$659 = 13 \times 50 + 9$, avec $9 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $272 = 10 \times 26 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $272 = 10 \times 27 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $272 = 10 \times 28 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 27, reste 2.

Comme $2 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 272 par 27 : quotient 10, reste 2.

3. $95 = 7 \times 13 + 4$

a) 95 jours font 13 semaines complètes et 4 jours.

Après 13 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 4 jours : vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 95 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 086	oui	non	non	non	non
395	non	non	oui	non	non
6 507	non	oui	non	oui	non
7 770	oui	oui	oui	non	oui
957	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°59



CAPU0059

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\,086 &\rightarrow 2 + 0 + 8 + 6 = 16 & 395 &\rightarrow 3 + 9 + 5 = 17 & 6\,507 &\rightarrow 6 + 5 + 0 + 7 = 18 \\ 7\,770 &\rightarrow 7 + 7 + 7 + 0 = 21 & 957 &\rightarrow 9 + 5 + 7 = 21 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 1 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 801, 891.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 94 est pair mais $94 = 3 \times 31 + 1$.
« 6 est un diviseur de 66. » **Vrai.** $66 = 6 \times 11$: le reste de la division de 66 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 8 + 8 \times 4 = 8 + 32 = 40$

$$B = 15 + 28 \div 4 \times 4 = 15 + 7 \times 4 = 15 + 28 = 43$$

$$C = (6 \times 5 - 3) \div 5 = (30 - 3) \div 5 = 27 \div 5 = 5,4$$

$$D = 3 \times [20 - (6 + 2)] = 3 \times [20 - 8] = 3 \times 12 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 9 \times (6 - 5) = 6 + 9 \times 1 = 6 + 9 = 15$$

$$3 \times 6 - (3 + 5) = 3 \times 6 - 8 = 18 - 8 = 10$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 60 + 7,8 + 40 = 60 + 40 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 43 \times 11 = 43 \times (10 + 1) = 43 \times 10 + 43 \times 1 = 430 + 43 = 473$$

$$G = 35 \times 84 - 35 \times 74 = 35 \times (84 - 74) = 35 \times 10 = 350$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $9 \times 9 = 9^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 7^2 = 14 \text{ » Faux. } 7^2 = 7 \times 7 = 49. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 7 \times 2 = 14, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } (5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (5 + 2)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$18 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

$$133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 4 = 4 \times 25 - 4 = 100 - 4 = 96$

$$B = (4 \times 5)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10 \text{ et } 7x = 7 \times 2 = 14.$$

$10 \neq 14$: l'égalité est fausse pour $x = 2$.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7 \text{ et } 7x = 7 \times 1 = 7.$$

$7 = 7$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 1 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de $8\,000\text{ cm}^3$.

$$\text{Un cube de } 10\text{ cm d'arête a pour volume } 10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L.}$$

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 53. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).