



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°6



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 18 et du quotient de 12 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 18 et 12 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (10 + 5) \div 3 \quad \mathbf{D} = (10 + 6) \times 3 \quad \mathbf{E} = (3 + 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

356 divisé par 9 684 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 236 par 9 ? Justifier.

$$(a) \ 236 = 9 \times 25 + 11 \quad (b) \ 236 = 9 \times 27 - 7 \quad (c) \ 236 = 9 \times 26 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 129 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 129 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 771					
507					
7 184					
3 820					
245					

2. Dans le nombre $62\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 240 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°6



CAPU0006

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 - 15 + 6 \quad B = 3 + 18 \div 2 \times 2$$

$$C = (11 + 11) \times 2 - 13 \quad D = 8,1 + 3 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 4 + 2 + 3 = 63 \quad 9 \times 3 + 2 + 4 = 81$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 46 \times 73 - 46 \times 63 \quad F = 5 \times 60 \times 20 \quad G = 29 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

73 ; 64 ; 125 ; 121 ; 49 ; 31

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 1 \quad B = (4 \times 4)^2 - 1$$

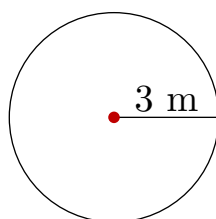
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 3$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 132 et 198. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3. Mon chiffre des unités est 9.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 18 + 12 \div 2 = 18 + 6 = 24$

$B = (18 + 12) \div 2 = 30 \div 2 = 15$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (10 + 5) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 5 par 3.

$D = (10 + 6) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 10 et 6 par 3.

$E = (3 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 39 = 351 \leq 356 < 360 = 9 \times 40$: le quotient est 39, le reste $356 - 351 = 5$.

$356 = 9 \times 39 + 5$, avec $5 < 9$.

$25 \times 27 = 675 \leq 684 < 700 = 25 \times 28$: le quotient est 27, le reste $684 - 675 = 9$.

$684 = 25 \times 27 + 9$, avec $9 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $236 = 9 \times 25 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $236 = 9 \times 27 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $236 = 9 \times 26 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 26, reste 2.

Comme $2 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 236 par 26 : quotient 9, reste 2.

3. $129 = 7 \times 18 + 3$

a) 129 jours font 18 semaines complètes et 3 jours.

Après 18 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 3 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 129 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 771	non	oui	non	oui	non
507	non	oui	non	non	non
7 184	oui	non	non	non	non
3 820	oui	non	oui	non	oui
245	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°6



CAPU0006

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,771 \rightarrow 3 + 7 + 7 + 1 = 18 & 507 \rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 & 7\,184 \rightarrow 7 + 1 + 8 + 4 = 20 \\ 3\,820 \rightarrow 3 + 8 + 2 + 0 = 13 & 245 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 2 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 624.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 58 est pair mais $58 = 3 \times 19 + 1$.
« 240 est un multiple de 8. » **Vrai.** $240 = 8 \times 30$: le reste de la division de 240 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 - 15 + 6 = 15 + 6 = 21$

$$B = 3 + 18 \div 2 \times 2 = 3 + 9 \times 2 = 3 + 18 = 21$$

$$C = (11 + 11) \times 2 - 13 = 22 \times 2 - 13 = 44 - 13 = 31$$

$$D = 8,1 + 3 \times 1,5 = 8,1 + 4,5 = 12,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (4 + 2 + 3) = 7 \times (6 + 3) = 7 \times 9 = 63$$

$$9 \times (3 + 2 + 4) = 9 \times (5 + 4) = 9 \times 9 = 81$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 46 \times 73 - 46 \times 63 = 46 \times (73 - 63) = 46 \times 10 = 460$$

$$F = 5 \times 60 \times 20 = 5 \times 20 \times 60 = 100 \times 60 = 6\,000$$

$$G = 29 \times 99 = 29 \times (100 - 1) = 29 \times 100 - 29 \times 1 = 2\,900 - 29 = 2\,871$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$31 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 31 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 73 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°6



CAPU0006

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 1 = 4 \times 16 - 1 = 64 - 1 = 63$

$$B = (4 \times 4)^2 - 1 = 16^2 - 1 = 256 - 1 = 255$$

$$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

$$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 3 : 2x^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$$

$$\text{Pour } x = 10 : 2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 132 et 198. » $\rightarrow$ encore 65 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).