



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°60



CAPU0060

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 22 - 3 \times 7 \quad D = 2 \times 6^2 \quad E = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

413 divisé par 4 2 398 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 15 ? Justifier.

$$(a) 175 = 15 \times 10 + 25 \quad (b) 175 = 15 \times 11 + 10 \quad (c) 175 = 15 \times 12 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 40 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 40 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
415					
7 533					
8 132					
4 960					
807					

2. Dans le nombre $1\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 144 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°60



CAPU0060

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 61 - 2 \times 2 \quad B = 20 \div 4 \times 3$$

$$C = 66 - 2 \times (19 - 5) \quad D = [3 + 8 \times (12 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 4 \times 6 - 3 = 51 \quad 2 + 5 + 4 \times 6 = 56$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 \quad F = 2 \times 32 \times 50 \quad G = 12 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 11 \times 11 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2 \quad 4 \times 6^2 = 24^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 20 ; 98 ; 8 ; 81 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 9 \quad B = (4 \times 2)^2 - 9$$

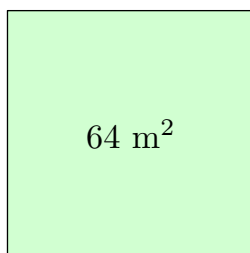
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 64 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 31 et 81.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°60



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 22 - 3 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 3 par 7.

$D = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$E = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 103 = 412 \leq 413 < 416 = 4 \times 104$: le quotient est 103, le reste $413 - 412 = 1$.

$413 = 4 \times 103 + 1$, avec $1 < 4$.

$15 \times 159 = 2\,385 \leq 2\,398 < 2\,400 = 15 \times 160$: le quotient est 159, le reste $2\,398 - 2\,385 = 13$.

$2\,398 = 15 \times 159 + 13$, avec $13 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $175 = 15 \times 10 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $175 = 15 \times 11 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $175 = 15 \times 12 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 11, reste 10.

Comme $10 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 11 : quotient 15, reste 10.

3. $40 = 7 \times 5 + 5$

a) 40 jours font 5 semaines complètes et 5 jours.

Après 5 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 5 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 40 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
415	non	non	oui	non	non
7 533	non	oui	non	oui	non
8 132	oui	non	non	non	non
4 960	oui	non	oui	non	oui
807	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°60



CAPU0060

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 415 &\rightarrow 4 + 1 + 5 = 10 & 7\,533 &\rightarrow 7 + 5 + 3 + 3 = 18 & 8\,132 &\rightarrow 8 + 1 + 3 + 2 = 14 \\ 4\,960 &\rightarrow 4 + 9 + 6 + 0 = 19 & 807 &\rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 9 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 129, 159, 189.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 40 est pair mais $40 = 3 \times 13 + 1$.
« 144 est un multiple de 9. » **Vrai.** $144 = 9 \times 16$: le reste de la division de 144 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 61 - 2 \times 2 = 61 - 4 = 57$

$$B = 20 \div 4 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = 66 - 2 \times (19 - 5) = 66 - 2 \times 14 = 66 - 28 = 38$$

$$D = [3 + 8 \times (12 - 4)] \div 2 = [3 + 8 \times 8] \div 2 = [3 + 64] \div 2 = 67 \div 2 = 33,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 4) \times 6 - 3 = 9 \times 6 - 3 = 54 - 3 = 51$$

$$2 + (5 + 4) \times 6 = 2 + 9 \times 6 = 2 + 54 = 56$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 1,3 + 1,5 \times 8,7 = 1,5 \times (1,3 + 8,7) = 1,5 \times 10 = 15$$

$$F = 2 \times 32 \times 50 = 2 \times 50 \times 32 = 100 \times 32 = 3\,200$$

$$G = 12 \times 11 = 12 \times (10 + 1) = 12 \times 10 + 12 \times 1 = 120 + 12 = 132$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $11 \times 11 = 11^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 4 \times 6^2 = 24^2 \text{ » Faux. } 4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144, \text{ alors que } 24^2 = 576. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 20 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 20 < 25 = 5^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 98 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 98 < 100 = 10^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 9 = 4 \times 4 - 9 = 16 - 9 = 7$

$$B = (4 \times 2)^2 - 9 = 8^2 - 9 = 64 - 9 = 55$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : 2a^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 64 : $8 \times 8 = 64$, c'est-à-dire $8^2 = 64$.

a) Le côté mesure 8 m.

$$4 \times 8 = 32$$

b) Le périmètre est de 32 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 31 et 81. » → encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).