



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°61



CAPU0061

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 22 et le produit de 6 par 3.
- **B** est le produit de la différence entre 22 et 6 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 3^2 - 6 \quad D = (7 + 2) \times 8 \quad E = (7 + 2)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

846 divisé par 4 1 514 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 298 par 10 ? Justifier.

$$(a) 298 = 10 \times 29 + 8 \quad (b) 298 = 10 \times 30 - 2 \quad (c) 298 = 10 \times 28 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 147 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507					
9 458					
7 929					
925					
9 700					

2. Dans le nombre $1\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 165 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°61



CAPU0061

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 74 - 6 \times 4 \quad B = 7 + 42 \div 7 \times 4$$

$$C = (4 \times 5 - 7) \div 2 \quad D = 3 \times [35 - (6 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 2 \times 7 - 7 = 4 \quad 7 + 9 + 5 \times 7 = 147$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 60 \times 50 \quad F = 37 \times 75 + 37 \times 25 \quad G = 18 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 3 \times 5^2 = 15^2 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

104 ; 64 ; 27 ; 32 ; 144 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 9 \quad B = (5 \times 2)^2 - 9$$

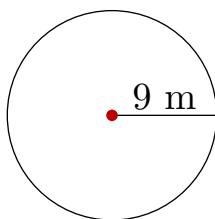
$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 5$ pour $a = 3$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 29 et 67.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°61



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 22 - 6 \times 3 = 22 - 18 = 4$

$B = (22 - 6) \times 3 = 16 \times 3 = 48$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 3^2 - 6$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 3 et 6.

$D = (7 + 2) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 2 par 8.

$E = (7 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 211 = 844 \leq 846 < 848 = 4 \times 212$: le quotient est 211, le reste $846 - 844 = 2$.

$846 = 4 \times 211 + 2$, avec $2 < 4$.

$23 \times 65 = 1\,495 \leq 1\,514 < 1\,518 = 23 \times 66$: le quotient est 65, le reste $1\,514 - 1\,495 = 19$.

$1\,514 = 23 \times 65 + 19$, avec $19 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $298 = 10 \times 29 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $298 = 10 \times 30 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $298 = 10 \times 28 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 29, reste 8.

Comme $8 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 298 par 29 : quotient 10, reste 8.

3. $147 = 12 \times 12 + 3$, avec $3 < 12$

a) Elle remplit 12 boîtes pleines.

b) Il reste 3 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
507	non	oui	non	non	non
9 458	oui	non	non	non	non
7 929	non	oui	non	oui	non
925	non	non	oui	non	non
9 700	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°61



CAPU0061

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 507 &\rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 & 9\,458 &\rightarrow 9 + 4 + 5 + 8 = 26 & 7\,929 &\rightarrow 7 + 9 + 2 + 9 = 27 \\ 925 &\rightarrow 9 + 2 + 5 = 16 & 9\,700 &\rightarrow 9 + 7 + 0 + 0 = 16 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 7 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 117, 147, 177.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 165 est un multiple de 8. » **Faux.** $165 = 8 \times 20 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 74 - 6 \times 4 = 74 - 24 = 50$

$$B = 7 + 42 \div 7 \times 4 = 7 + 6 \times 4 = 7 + 24 = 31$$

$$C = (4 \times 5 - 7) \div 2 = (20 - 7) \div 2 = 13 \div 2 = 6,5$$

$$D = 3 \times [35 - (6 + 9)] = 3 \times [35 - 15] = 3 \times 20 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 + 2 \times (7 - 7) = 4 + 2 \times 0 = 4 + 0 = 4$$

$$(7 + 9 + 5) \times 7 = (16 + 5) \times 7 = 21 \times 7 = 147$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 60 \times 50 = 2 \times 50 \times 60 = 100 \times 60 = 6\,000$$

$$F = 37 \times 75 + 37 \times 25 = 37 \times (75 + 25) = 37 \times 100 = 3\,700$$

$$G = 18 \times 11 = 18 \times (10 + 1) = 18 \times 10 + 18 \times 1 = 180 + 18 = 198$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $8 \times 8 = 8^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 3 \times 5^2 = 15^2 \text{ » Faux. } 3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75, \text{ alors que } 15^2 = 225. \text{ Le carré ne porte que sur } 5.$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 9 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$

$$B = (5 \times 2)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

$$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$$

$$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 3 : a^3 + 5 = 3^3 + 5 = 27 + 5 = 32$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^3 + 5 = 10^3 + 5 = 1\,000 + 5 = 1\,005$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 29 et 67. » $\rightarrow$ encore 37 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).