



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°62



CAPU0062

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 9 et 15 par 3.
- **B** est la somme de 9 et du quotient de 15 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9 \times (18 - 9) \quad D = 2 \times 7^2 - 19 \quad E = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

317 divisé par 8 1 636 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 514 par 14 ? Justifier.

$$(a) 514 = 14 \times 37 - 4 \quad (b) 514 = 14 \times 35 + 24 \quad (c) 514 = 14 \times 36 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 215 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 215 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 353					
2 078					
861					
6 450					
365					

2. Dans le nombre $3\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 184.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°62



CAPU0062

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 28 - 2 + 2 \quad B = 18 \div 6 \times 4$$

$$C = (4 \times 5 - 1) \div 2 \quad D = [6 + 3 \times (11 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 7 + 8 + 9 = 96 \quad 2 \times 8 \times 4 - 8 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 37 \times 11 \quad F = 65 + 5,05 + 35 \quad G = 29 \times 31 + 29 \times 69$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad (3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

17 ; 64 ; 90 ; 121 ; 16 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 3 \quad B = (4 \times 6)^2 - 3$$

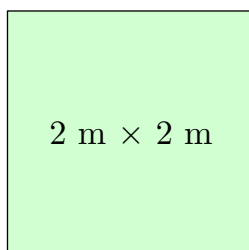
$$C = 1^2 + 6^2 \quad D = (1 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 35 et 66.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (9 + 15) \div 3 = 24 \div 3 = 8$

$B = 9 + 15 \div 3 = 9 + 5 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (18 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 18 et 9.

$D = 2 \times 7^2 - 19$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 7 et 19.

$E = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 39 = 312 \leq 317 < 320 = 8 \times 40$: le quotient est 39, le reste $317 - 312 = 5$.

$317 = 8 \times 39 + 5$, avec $5 < 8$.

$13 \times 125 = 1\,625 \leq 1\,636 < 1\,638 = 13 \times 126$: le quotient est 125, le reste $1\,636 - 1\,625 = 11$.

$1\,636 = 13 \times 125 + 11$, avec $11 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $514 = 14 \times 37 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $514 = 14 \times 35 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $514 = 14 \times 36 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 36, reste 10.

Comme $10 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 514 par 36 : quotient 14, reste 10.

3. $215 = 7 \times 30 + 5$

a) 215 jours font 30 semaines complètes et 5 jours.

Après 30 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 5 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 215 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 353	non	oui	non	oui	non
2 078	oui	non	non	non	non
861	non	oui	non	non	non
6 450	oui	oui	oui	non	oui
365	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°62



CAPU0062

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,353 &\rightarrow 7 + 3 + 5 + 3 = 18 & 2\,078 &\rightarrow 2 + 0 + 7 + 8 = 17 & 861 &\rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 \\ 6\,450 &\rightarrow 6 + 4 + 5 + 0 = 15 & 365 &\rightarrow 3 + 6 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 2 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 342.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 14 est pair mais $14 = 3 \times 4 + 2$.
« 8 est un diviseur de 184. » **Vrai.** $184 = 8 \times 23$: le reste de la division de 184 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 28 - 2 + 2 = 26 + 2 = 28$

$$B = 18 \div 6 \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$C = (4 \times 5 - 1) \div 2 = (20 - 1) \div 2 = 19 \div 2 = 9,5$$

$$D = [6 + 3 \times (11 - 4)] \div 5 = [6 + 3 \times 7] \div 5 = [6 + 21] \div 5 = 27 \div 5 = 5,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (7 + 8 + 9) = 4 \times (15 + 9) = 4 \times 24 = 96$$

$$2 \times (8 \times 4 - 8) = 2 \times (32 - 8) = 2 \times 24 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 37 \times 11 = 37 \times (10 + 1) = 37 \times 10 + 37 \times 1 = 370 + 37 = 407$$

$$F = 65 + 5,05 + 35 = 65 + 35 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 29 \times 31 + 29 \times 69 = 29 \times (31 + 69) = 29 \times 100 = 2\,900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } (3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 \text{ » Faux. } (3 + 2)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 17 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 17 < 25 = 5^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 90 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 3 = 4 \times 36 - 3 = 144 - 3 = 141$

$$B = (4 \times 6)^2 - 3 = 24^2 - 3 = 576 - 3 = 573$$

$$C = 1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$$

$$D = (1 + 6)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 12 = 2^2 + 12 = 4 + 12 = 16 \text{ et } 8n = 8 \times 2 = 16.$$

16 = 16 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 12 = 1^2 + 12 = 1 + 12 = 13 \text{ et } 8n = 8 \times 1 = 8.$$

13 $\neq$ 8 : l'égalité est fausse pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 2 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$2 \times 2 = 4$$

a) Il faut 4 carreaux le long d'un côté.

$$4 \text{ rangées de 4 carreaux : } 4^2 = 4 \times 4 = 16$$

b) Il faut 16 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 35 et 66. » $\rightarrow$ encore 30 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).