



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°63



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 25 et le produit de 4 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 25 et 4 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 5^2 \quad \mathbf{D} = (20 + 10) \div 5 \quad \mathbf{E} = 1^2 + 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

832 divisé par 7 1 233 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 532 par 15 ? Justifier.

$$(a) 532 = 15 \times 35 + 7 \quad (b) 532 = 15 \times 34 + 22 \quad (c) 532 = 15 \times 36 - 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 255 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
237					
9 320					
6 993					
9 862					
455					

2. Dans le nombre $66\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 114 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°63



CAPU0063

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 74 - 2 \times 8 \quad B = 4 \times 8 - 5 \times 2$$

$$C = (7 \times 5 - 7) \div 2 \quad D = 6,6 + 5 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 6 \times 8 - 5 = 27 \quad 5 + 6 - 7 - 3 = 7$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 9 \quad F = 41 + 7,8 + 59 \quad G = 22 \times 73 - 22 \times 63$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

97 ; 100 ; 64 ; 144 ; 33 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 6 \quad B = (2 \times 3)^2 - 6$$

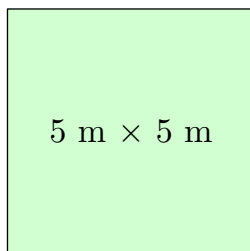
$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 8 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 33.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°63



CAPU0063

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 25 - 4 \times 5 = 25 - 20 = 5$

$B = (25 - 4) \times 5 = 21 \times 5 = 105$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$D = (20 + 10) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 20 et 10 par 5.

$E = 1^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 118 = 826 \leq 832 < 833 = 7 \times 119$: le quotient est 118, le reste $832 - 826 = 6$.

$832 = 7 \times 118 + 6$, avec $6 < 7$.

$16 \times 77 = 1\,232 \leq 1\,233 < 1\,248 = 16 \times 78$: le quotient est 77, le reste $1\,233 - 1\,232 = 1$.

$1\,233 = 16 \times 77 + 1$, avec $1 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $532 = 15 \times 35 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $532 = 15 \times 34 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $532 = 15 \times 36 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 35, reste 7.

Comme $7 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 532 par 35 : quotient 15, reste 7.

3. $255 = 30 \times 8 + 15$

En 8 soirs, elle lit 240 pages ; il lui en reste encore 15.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 15 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
237	non	oui	non	non	non
9 320	oui	non	oui	non	oui
6 993	non	oui	non	oui	non
9 862	oui	non	non	non	non
455	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°63



CAPU0063

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 237 &\rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 & 9\,320 &\rightarrow 9 + 3 + 2 + 0 = 14 & 6\,993 &\rightarrow 6 + 9 + 9 + 3 = 27 \\ 9\,862 &\rightarrow 9 + 8 + 6 + 2 = 25 & 455 &\rightarrow 4 + 5 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 6 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 660.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 114 est un multiple de 6. » **Vrai.** $114 = 6 \times 19$: le reste de la division de 114 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 74 - 2 \times 8 = 74 - 16 = 58$

$$B = 4 \times 8 - 5 \times 2 = 32 - 10 = 22$$

$$C = (7 \times 5 - 7) \div 2 = (35 - 7) \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

$$D = 6,6 + 5 \times 2,5 = 6,6 + 12,5 = 19,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 6 \times (8 - 5) = 9 + 6 \times 3 = 9 + 18 = 27$$

$$5 + 6 - (7 - 3) = 5 + 6 - 4 = 11 - 4 = 7$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

$$F = 41 + 7,8 + 59 = 41 + 59 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 22 \times 73 - 22 \times 63 = 22 \times (73 - 63) = 22 \times 10 = 220$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $5 \times 5 = 5^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$33 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 33 < 36 = 6^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 6 = 2 \times 9 - 6 = 18 - 6 = 12$

$$B = (2 \times 3)^2 - 6 = 6^2 - 6 = 36 - 6 = 30$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 8 = 2^2 + 8 = 4 + 8 = 12 \text{ et } 6n = 6 \times 2 = 12.$$

12 = 12 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 8 = 6^2 + 8 = 36 + 8 = 44 \text{ et } 6n = 6 \times 6 = 36.$$

44 $\neq$ 36 : l'égalité est fausse pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 2 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$5 \times 4 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux} : 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 33. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).