



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°64



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 19 et 6 par 2.
- **B** est la différence entre 19 et le produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 2)^3 \quad D = 12 + 2 \times 3 \quad E = 2 \times 4^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

700 divisé par 3 1 381 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 182 par 9 ? Justifier.

$$(a) 182 = 9 \times 21 - 7 \quad (b) 182 = 9 \times 19 + 11 \quad (c) 182 = 9 \times 20 + 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 110 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 980					
771					
145					
2 818					
1 917					

2. Dans le nombre $77\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 224 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°64



CAPU0064

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 28 + 3 \times 7 \quad B = 4 \times 8 - 5 \times 4$$

$$C = (7 + 8) \times 2 - 2 \quad D = 3,7 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 9 + 7 \times 9 = 171 \quad 4 + 6 \times 7 + 3 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 21 - 41 \times 11 \quad F = 26 \times 9 \quad G = 5 \times 67 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 3 + 3 + 3 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 27 ; 54 ; 134 ; 81 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 5 \quad B = (3 \times 3)^2 - 5$$

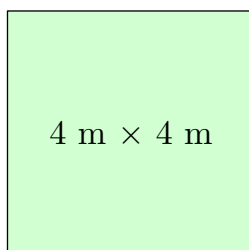
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 5$ et $B = (2x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 22 et 81.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (19 - 6) \times 2 = 13 \times 2 = 26$

$B = 19 - 6 \times 2 = 19 - 12 = 7$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = 12 + 2 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 12 et du produit de 2 par 3.

$E = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 233 = 699 \leq 700 < 702 = 3 \times 234$: le quotient est 233, le reste $700 - 699 = 1$.

$700 = 3 \times 233 + 1$, avec $1 < 3$.

$12 \times 115 = 1\,380 \leq 1\,381 < 1\,392 = 12 \times 116$: le quotient est 115, le reste $1\,381 - 1\,380 = 1$.

$1\,381 = 12 \times 115 + 1$, avec $1 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $182 = 9 \times 21 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $182 = 9 \times 19 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $182 = 9 \times 20 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 2.

Comme $2 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 182 par 20 : quotient 9, reste 2.

3. $110 = 15 \times 7 + 5$

En 7 soirs, elle lit 105 pages ; il lui en reste encore 5.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 5 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 980	oui	oui	oui	non	oui
771	non	oui	non	non	non
145	non	non	oui	non	non
2 818	oui	non	non	non	non
1 917	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°64



CAPU0064

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,980 &\rightarrow 4 + 9 + 8 + 0 = 21 & 771 &\rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 & 145 &\rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 \\ 2\,818 &\rightarrow 2 + 8 + 1 + 8 = 19 & 1\,917 &\rightarrow 1 + 9 + 1 + 7 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 7 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 774.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 864, somme des chiffres 18.

« 224 est un multiple de 8. » **Vrai.** $224 = 8 \times 28$: le reste de la division de 224 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 28 + 3 \times 7 = 28 + 21 = 49$

$$B = 4 \times 8 - 5 \times 4 = 32 - 20 = 12$$

$$C = (7 + 8) \times 2 - 2 = 15 \times 2 - 2 = 30 - 2 = 28$$

$$D = 3,7 + 3 \times 1,2 = 3,7 + 3,6 = 7,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 9 + 7) \times 9 = (12 + 7) \times 9 = 19 \times 9 = 171$$

$$4 + 6 \times (7 + 3) = 4 + 6 \times 10 = 4 + 60 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 21 - 41 \times 11 = 41 \times (21 - 11) = 41 \times 10 = 410$$

$$F = 26 \times 9 = 26 \times (10 - 1) = 26 \times 10 - 26 \times 1 = 260 - 26 = 234$$

$$G = 5 \times 67 \times 20 = 5 \times 20 \times 67 = 100 \times 67 = 6\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$54 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°64



CAPU0064

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 134 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$B = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 5 = 2 \times 5^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 50 - 5 = 45$$

$$B = (2x)^2 - 5 = (2 \times 5)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. 1 m = 100 cm et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$4 \times 2 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de 8 carreaux : } 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 22 et 81. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).