



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°65



CAPU0065

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 25 et 4 par 4.
- **B** est la différence entre 25 et le produit de 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 28 - 4 \times 3 \quad D = (2 + 10) \div 2 \quad E = 4 + 4 \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

806 divisé par 4 1 805 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 475 par 15 ? Justifier.

$$(a) 475 = 15 \times 30 + 25 \quad (b) 475 = 15 \times 32 - 5 \quad (c) 475 = 15 \times 31 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 221 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 159					
5 348					
235					
411					
2 500					

2. Dans le nombre $7\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 69 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°65



CAPU0065

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 5 \times 8 \quad B = 7 + 36 \div 6 \times 2$$

$$C = (5 \times 3 - 5) \div 4 \quad D = 3,7 + 5 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 2 + 6 \times 6 = 53 \quad 4 \times 8 \times 9 - 7 = 64$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 18 \times 11 \quad F = 49 \times 79 + 49 \times 21 \quad G = 5 \times 88 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 + 3 + 3 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

85 ; 64 ; 27 ; 25 ; 16 ; 24

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 1 \quad B = (3 \times 2)^2 - 1$$

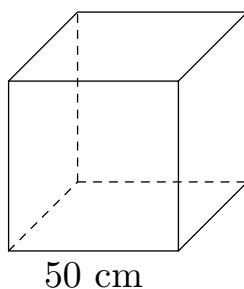
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 1$ et $B = (4x)^2 - 1$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 251 et 304.
sible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°65



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (25 - 4) \times 4 = 21 \times 4 = 84$

$B = 25 - 4 \times 4 = 25 - 16 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 28 - 4 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 28 et le produit de 4 par 3.

$D = (2 + 10) \div 2$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 2 et 10 par 2.

$E = 4 + 4 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 4 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 201 = 804 \leq 806 < 808 = 4 \times 202$: le quotient est 201, le reste $806 - 804 = 2$.

$806 = 4 \times 201 + 2$, avec $2 < 4$.

$22 \times 82 = 1\,804 \leq 1\,805 < 1\,826 = 22 \times 83$: le quotient est 82, le reste $1\,805 - 1\,804 = 1$.

$1\,805 = 22 \times 82 + 1$, avec $1 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $475 = 15 \times 30 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $475 = 15 \times 32 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $475 = 15 \times 31 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 31, reste 10.

Comme $10 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 475 par 31 : quotient 15, reste 10.

3. $221 = 20 \times 11 + 1$

En 11 soirs, elle lit 220 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 159	non	oui	non	oui	non
5 348	oui	non	non	non	non
235	non	non	oui	non	non
411	non	oui	non	non	non
2 500	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°65



CAPU0065

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,159 &\rightarrow 3 + 1 + 5 + 9 = 18 & 5\,348 &\rightarrow 5 + 3 + 4 + 8 = 20 & 235 &\rightarrow 2 + 3 + 5 = 10 \\ 411 &\rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 & 2\,500 &\rightarrow 2 + 5 + 0 + 0 = 7 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 2 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 702, 792.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.
« 69 est un multiple de 5. » **Faux.** $69 = 5 \times 13 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 5 \times 8 = 9 + 40 = 49$

$$B = 7 + 36 \div 6 \times 2 = 7 + 6 \times 2 = 7 + 12 = 19$$

$$C = (5 \times 3 - 5) \div 4 = (15 - 5) \div 4 = 10 \div 4 = 2,5$$

$$D = 3,7 + 5 \times 1,2 = 3,7 + 6 = 9,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + (2 + 6) \times 6 = 5 + 8 \times 6 = 5 + 48 = 53$$

$$4 \times 8 \times (9 - 7) = 4 \times 8 \times 2 = 32 \times 2 = 64$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 18 \times 11 = 18 \times (10 + 1) = 18 \times 10 + 18 \times 1 = 180 + 18 = 198$$

$$F = 49 \times 79 + 49 \times 21 = 49 \times (79 + 21) = 49 \times 100 = 4\,900$$

$$G = 5 \times 88 \times 20 = 5 \times 20 \times 88 = 100 \times 88 = 8\,800$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 24 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2)$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°65



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 1 = 3 \times 4 - 1 = 12 - 1 = 11$

$$B = (3 \times 2)^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 1 = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$B = (4x)^2 - 1 = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de **125 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient **125 litres**.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 251 et 304. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).