



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°66



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 6 et du produit de 8 par 5.
- **B** est le produit de la somme de 6 et 8 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (6 + 2)^2 \quad D = 18 + 72 \div 8 \quad E = 4^2 - 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

238 divisé par 6 397 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 130 par 6 ? Justifier.

$$(a) 130 = 6 \times 20 + 10 \quad (b) 130 = 6 \times 21 + 4 \quad (c) 130 = 6 \times 22 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 277 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 277 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 430					
417					
5 769					
6 746					
725					

2. Dans le nombre $7\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 9 est un diviseur de 202.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 39 - 15 + 2 \quad B = 9 \times 7 - 6 \times 5$$

$$C = 52 - 3 \times (14 - 7) \quad D = 4 \times [21 - (7 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 3 \times 6 + 8 = 78 \quad 2 \times 9 - 3 - 4 = 8$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 9 \quad F = 22 \times 81 + 22 \times 19 \quad G = 34 + 3,45 + 66$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 100 ; 64 ; 68 ; 37 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 2 \quad B = (4 \times 2)^2 - 2$$

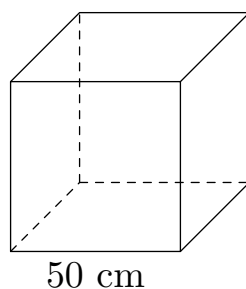
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 4$ et $B = (2x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 42 et 88.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6 + 8 \times 5 = 6 + 40 = 46$

$$B = (6 + 8) \times 5 = 14 \times 5 = 70$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (6 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 2.

$$D = 18 + 72 \div 8 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 18 et du quotient de 72 par 8.}$$

$$E = 4^2 - 9 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 4 et 9.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 39 = 234 \leq 238 < 240 = 6 \times 40$: le quotient est 39, le reste $238 - 234 = 4$.

$$238 = 6 \times 39 + 4, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$22 \times 18 = 396 \leq 397 < 418 = 22 \times 19 : \text{le quotient est 18, le reste } 397 - 396 = 1.$$

$$397 = 22 \times 18 + 1, \text{ avec } 1 < 22.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $130 = 6 \times 20 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $130 = 6 \times 21 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $130 = 6 \times 22 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 4.

Comme $4 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 130 par 21 : quotient 6, reste 4.

3. $277 = 7 \times 39 + 4$

a) 277 jours font 39 semaines complètes et 4 jours.

Après 39 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 4 jours : vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi.

b) Dans 277 jours, nous serons mardi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 430	oui	oui	oui	oui	oui
417	non	oui	non	non	non
5 769	non	oui	non	oui	non
6 746	oui	non	non	non	non
725	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°66



CAPU0066

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\,430 &\rightarrow 2 + 4 + 3 + 0 = 9 & 417 &\rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 & 5\,769 &\rightarrow 5 + 7 + 6 + 9 = 27 \\ 6\,746 &\rightarrow 6 + 7 + 4 + 6 = 23 & 725 &\rightarrow 7 + 2 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 5 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 705, 735, 765, 795.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 9 est un diviseur de 202. » **Faux.** $202 = 9 \times 22 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 39 - 15 + 2 = 24 + 2 = 26$

$$B = 9 \times 7 - 6 \times 5 = 63 - 30 = 33$$

$$C = 52 - 3 \times (14 - 7) = 52 - 3 \times 7 = 52 - 21 = 31$$

$$D = 4 \times [21 - (7 + 3)] = 4 \times [21 - 10] = 4 \times 11 = 44$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (3 \times 6 + 8) = 3 \times (18 + 8) = 3 \times 26 = 78$$

$$2 \times (9 - 3) - 4 = 2 \times 6 - 4 = 12 - 4 = 8$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 9 = 13 \times (10 - 1) = 13 \times 10 - 13 \times 1 = 130 - 13 = 117$$

$$F = 22 \times 81 + 22 \times 19 = 22 \times (81 + 19) = 22 \times 100 = 2\,200$$

$$G = 34 + 3,45 + 66 = 34 + 66 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(5 + 2)^2 = 5^2 + 2^2$ » **Faux.** $(5 + 2)^2 = 7^2 = 49$, alors que $5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$37 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 37 < 49 = 7^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$68 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 2 = 4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

$$B = (4 \times 2)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 4 = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$$

$$B = (2x)^2 - 4 = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de **125 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient **125 litres**.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 42 et 88. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).