



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°67



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 3 et du produit de 8 par 9.
- **B** est le produit de la somme de 3 et 8 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 6^2 \quad D = (1 + 3)^3 \quad E = 5^2 - 16$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

865 divisé par 6 352 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 219 par 12 ? Justifier.

$$(a) 219 = 12 \times 19 - 9 \quad (b) 219 = 12 \times 18 + 3 \quad (c) 219 = 12 \times 17 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 269 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
155					
6 030					
5 984					
597					
3 321					

2. Dans le nombre $31\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 78 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°67



CAPU0067

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 - 11 + 15 \quad B = 81 \div 9 \times 4$$

$$C = (5 \times 6 - 5) \div 5 \quad D = [5 + 8 \times (6 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 8 - 3 - 9 = 1 \quad 5 + 7 \times 7 + 7 = 103$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12 \times 99 \quad F = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad G = 4 \times 80 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

23 ; 144 ; 125 ; 62 ; 133 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 1 \quad B = (5 \times 4)^2 - 1$$

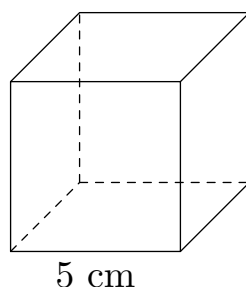
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 20 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 4$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 56 et 92.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°67



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3 + 8 \times 9 = 3 + 72 = 75$

$B = (3 + 8) \times 9 = 11 \times 9 = 99$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$D = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$E = 5^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 16.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 144 = 864 \leq 865 < 870 = 6 \times 145$: le quotient est 144, le reste $865 - 864 = 1$.

$865 = 6 \times 144 + 1$, avec $1 < 6$.

$29 \times 12 = 348 \leq 352 < 377 = 29 \times 13$: le quotient est 12, le reste $352 - 348 = 4$.

$352 = 29 \times 12 + 4$, avec $4 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $219 = 12 \times 19 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $219 = 12 \times 18 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $219 = 12 \times 17 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 18, reste 3.

Comme $3 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 219 par 18 : quotient 12, reste 3.

3. $269 = 30 \times 8 + 29$

En 8 soirs, elle lit 240 pages ; il lui en reste encore 29.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 29 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
155	non	non	oui	non	non
6 030	oui	oui	oui	oui	oui
5 984	oui	non	non	non	non
597	non	oui	non	non	non
3 321	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°67



CAPU0067

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 155 &\rightarrow 1 + 5 + 5 = 11 & 6\,030 &\rightarrow 6 + 0 + 3 + 0 = 9 & 5\,984 &\rightarrow 5 + 9 + 8 + 4 = 26 \\ 597 &\rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 & 3\,321 &\rightarrow 3 + 3 + 2 + 1 = 9 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 1 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 315.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 78 est un multiple de 3. » **Vrai.** $78 = 3 \times 26$: le reste de la division de 78 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 - 11 + 15 = 10 + 15 = 25$

$$B = 81 \div 9 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (5 \times 6 - 5) \div 5 = (30 - 5) \div 5 = 25 \div 5 = 5$$

$$D = [5 + 8 \times (6 - 2)] \div 5 = [5 + 8 \times 4] \div 5 = [5 + 32] \div 5 = 37 \div 5 = 7,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (8 - 3) - 9 = 2 \times 5 - 9 = 10 - 9 = 1$$

$$5 + 7 \times (7 + 7) = 5 + 7 \times 14 = 5 + 98 = 103$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12 \times 99 = 12 \times (100 - 1) = 12 \times 100 - 12 \times 1 = 1\,200 - 12 = 1\,188$$

$$F = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$G = 4 \times 80 \times 25 = 4 \times 25 \times 80 = 100 \times 80 = 8\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $12 \times 12 = 12^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$23 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 23 < 25 = 5^2) \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 1 = 5 \times 16 - 1 = 80 - 1 = 79$

$B = (5 \times 4)^2 - 1 = 20^2 - 1 = 400 - 1 = 399$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 4$: $n^2 + 20 = 4^2 + 20 = 16 + 20 = 36$ et $9n = 9 \times 4 = 36$.

$36 = 36$: l'égalité est vraie pour $n = 4$.

Pour $n = 3$: $n^2 + 20 = 3^2 + 20 = 9 + 20 = 29$ et $9n = 9 \times 3 = 27$.

$29 \neq 27$: l'égalité est fausse pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 4 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 56 et 92. » $\rightarrow$ encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).