



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°68



CAPU0068

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 22 et 6 par 2.
- **B** est la différence entre 22 et le produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 \times (8 - 7) \quad D = 2 \times 4^2 - 7 \quad E = 8 + 9 \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

230 divisé par 7 401 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 265 par 15 ? Justifier.

$$(a) 265 = 15 \times 17 + 10 \quad (b) 265 = 15 \times 16 + 25 \quad (c) 265 = 15 \times 18 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 137 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 004					
2 720					
537					
3 987					
725					

2. Dans le nombre $13\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 70 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°68



CAPU0068

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 59 - 13 + 10 \quad B = 30 \div 5 \times 4$$

$$C = (9 \times 6 - 2) \div 2 \quad D = 4 \times [35 - (3 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 6 + 5 + 5 = 60 \quad 5 \times 4 + 2 - 5 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 5 \times 21 \times 20 \quad F = 33 \times 99 \quad G = 23 \times 50 + 23 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 6^2 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 64 ; 68 ; 30 ; 100 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 4 \quad B = (3 \times 3)^2 - 4$$

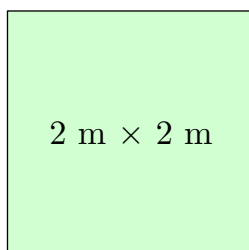
$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 2$ et $B = (5a)^2 - 2$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 92 et 127.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°68



CAPU0068

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (22 - 6) \times 2 = 16 \times 2 = 32$

$B = 22 - 6 \times 2 = 22 - 12 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times (8 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 8 et 7.

$D = 2 \times 4^2 - 7$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 4 et 7.

$E = 8 + 9 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du produit de 9 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 32 = 224 \leq 230 < 231 = 7 \times 33$: le quotient est 32, le reste $230 - 224 = 6$.

$230 = 7 \times 32 + 6$, avec $6 < 7$.

$28 \times 14 = 392 \leq 401 < 420 = 28 \times 15$: le quotient est 14, le reste $401 - 392 = 9$.

$401 = 28 \times 14 + 9$, avec $9 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $265 = 15 \times 17 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $265 = 15 \times 16 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $265 = 15 \times 18 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 17, reste 10.

Comme $10 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 265 par 17 : quotient 15, reste 10.

3. $137 = 6 \times 22 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 22 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 004	oui	non	non	non	non
2 720	oui	non	oui	non	oui
537	non	oui	non	non	non
3 987	non	oui	non	oui	non
725	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°68



CAPU0068

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 7\,004 \rightarrow 7 + 0 + 0 + 4 = 11 & 2\,720 \rightarrow 2 + 7 + 2 + 0 = 11 & 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \\ 3\,987 \rightarrow 3 + 9 + 8 + 7 = 27 & 725 \rightarrow 7 + 2 + 5 = 14 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 3 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 135.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 441, somme des chiffres 9.

« 70 est un multiple de 5. » **Vrai.** $70 = 5 \times 14$: le reste de la division de 70 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 59 - 13 + 10 = 46 + 10 = 56$

$$B = 30 \div 5 \times 4 = 6 \times 4 = 24$$

$$C = (9 \times 6 - 2) \div 2 = (54 - 2) \div 2 = 52 \div 2 = 26$$

$$D = 4 \times [35 - (3 + 7)] = 4 \times [35 - 10] = 4 \times 25 = 100$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (6 + 5) + 5 = 5 \times 11 + 5 = 55 + 5 = 60$$

$$5 \times (4 + 2 - 5) = 5 \times (6 - 5) = 5 \times 1 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 5 \times 21 \times 20 = 5 \times 20 \times 21 = 100 \times 21 = 2\,100$$

$$F = 33 \times 99 = 33 \times (100 - 1) = 33 \times 100 - 33 \times 1 = 3\,300 - 33 = 3\,267$$

$$G = 23 \times 50 + 23 \times 50 = 23 \times (50 + 50) = 23 \times 100 = 2\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $4 \times 4 = 4^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 6^2 = 12 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 6^2 = 6 \times 6 = 36. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 6 \times 2 = 12, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2) \quad 36 = 6^2 : \mathbf{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \mathbf{carré et cube!} \quad 68 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2)$$

$$100 = 10^2 : \mathbf{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \mathbf{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°68



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 4 = 3 \times 9 - 4 = 27 - 4 = 23$

$$B = (3 \times 3)^2 - 4 = 9^2 - 4 = 81 - 4 = 77$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 2 = 5 \times 5^2 - 2 = 5 \times 25 - 2 = 125 - 2 = 123$$

$$B = (5a)^2 - 2 = (5 \times 5)^2 - 2 = 25^2 - 2 = 625 - 2 = 623$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$2 \times 4 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de } 8 \text{ carreaux} : 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 92 et 127. » $\rightarrow$ encore 34 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).