



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°69



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 3 et du produit de 4 par 3.
- **B** est le produit de la somme de 3 et 4 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 3^2 - 14 \quad \mathbf{D} = (6 + 4) \times 5 \quad \mathbf{E} = 4 + 6 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

842 divisé par 9 1 150 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 102 par 7 ? Justifier.

$$(a) 102 = 7 \times 13 + 11 \quad (b) 102 = 7 \times 14 + 4 \quad (c) 102 = 7 \times 15 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 400 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 400 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
321					
5 463					
7 900					
1 444					
545					

2. Dans le nombre $82\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 137.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°69



CAPU0069

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 26 + 4 \times 3 \quad B = 5 \times 3 - 4 \times 3$$

$$C = 86 - 2 \times (17 - 3) \quad D = [6 + 7 \times (6 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 6 + 3 \times 8 = 79 \quad 2 + 4 + 6 \times 2 = 24$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 14 \times 125 \quad F = 30 \times 11 \quad G = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$7^2 = 14 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

139 ; 35 ; 81 ; 64 ; 49 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 9 \quad B = (4 \times 3)^2 - 9$$

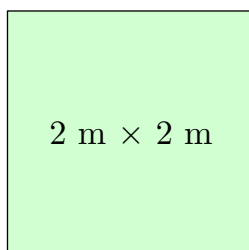
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 15 et 47.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$

$B = (3 + 4) \times 3 = 7 \times 3 = 21$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 3^2 - 14$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 3 et 14.

$D = (6 + 4) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 6 et 4 par 5.

$E = 4 + 6 \times 5$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 6 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 93 = 837 \leq 842 < 846 = 9 \times 94$: le quotient est 93, le reste $842 - 837 = 5$.

$842 = 9 \times 93 + 5$, avec $5 < 9$.

$27 \times 42 = 1\,134 \leq 1\,150 < 1\,161 = 27 \times 43$: le quotient est 42, le reste $1\,150 - 1\,134 = 16$.

$1\,150 = 27 \times 42 + 16$, avec $16 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $102 = 7 \times 13 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $102 = 7 \times 14 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $102 = 7 \times 15 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 14, reste 4.

Comme $4 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 102 par 14 : quotient 7, reste 4.

3. $400 = 7 \times 57 + 1$

a) 400 jours font 57 semaines complètes et 1 jour.

Après 57 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 1 jour : dimanche → lundi.

b) Dans 400 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
321	non	oui	non	non	non
5 463	non	oui	non	oui	non
7 900	oui	non	oui	non	oui
1 444	oui	non	non	non	non
545	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°69



CAPU0069

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 321 &\rightarrow 3 + 2 + 1 = 6 & 5\,463 &\rightarrow 5 + 4 + 6 + 3 = 18 & 7\,900 &\rightarrow 7 + 9 + 0 + 0 = 16 \\ 1\,444 &\rightarrow 1 + 4 + 4 + 4 = 13 & 545 &\rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 2 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 8 : 18$$

2 solutions : 822, 828.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 495, somme des chiffres 18.

« 7 est un diviseur de 137. » **Faux.** $137 = 7 \times 19 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 26 + 4 \times 3 = 26 + 12 = 38$

$$B = 5 \times 3 - 4 \times 3 = 15 - 12 = 3$$

$$C = 86 - 2 \times (17 - 3) = 86 - 2 \times 14 = 86 - 28 = 58$$

$$D = [6 + 7 \times (6 - 1)] \div 5 = [6 + 7 \times 5] \div 5 = [6 + 35] \div 5 = 41 \div 5 = 8,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + (6 + 3) \times 8 = 7 + 9 \times 8 = 7 + 72 = 79$$

$$(2 + 4 + 6) \times 2 = (6 + 6) \times 2 = 12 \times 2 = 24$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 14 \times 125 = 8 \times 125 \times 14 = 1\,000 \times 14 = 14\,000$$

$$F = 30 \times 11 = 30 \times (10 + 1) = 30 \times 10 + 30 \times 1 = 300 + 30 = 330$$

$$G = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $7^2 = 14$ » **Faux.** $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$139 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 139 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 9 = 4 \times 9 - 9 = 36 - 9 = 27$

$$B = (4 \times 3)^2 - 9 = 12^2 - 9 = 144 - 9 = 135$$

$$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$$

$$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 3 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ et $4n = 4 \times 1 = 4$.

4 = 4 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 2$: $n^2 + 3 = 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$ et $4n = 4 \times 2 = 8$.

7 $\neq$ 8 : l'égalité est fausse pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 3$, et seulement pour 1 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$2 \times 4 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de } 8 \text{ carreaux : } 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 15 et 47. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).