



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°7



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 4.
- **B** est le carré du double de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 8 \times (10 - 8) \quad \mathbf{D} = 24 - 3 \times 2 \quad \mathbf{E} = 7^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

679 divisé par 9 1 214 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 15 ? Justifier.

$$(a) 175 = 15 \times 11 + 10 \quad (b) 175 = 15 \times 10 + 25 \quad (c) 175 = 15 \times 12 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 30 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 101					
537					
9 604					
5 070					
815					

2. Dans le nombre $21\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 114.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°7



CAPU0007

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 10 + 9 \times 3 \quad B = 54 \div 6 \times 4$$

$$C = (6 \times 8 - 6) \div 2 \quad D = 6,3 + 6 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 6 - 4 \times 8 = 128 \quad 5 \times 5 + 2 - 9 = 26$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 76 \times 25 \quad F = 31 \times 27 + 31 \times 73 \quad G = 43 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 63 ; 27 ; 16 ; 103 ; 28

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 6 \quad B = (4 \times 6)^2 - 6$$

$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $7a^2$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 29 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 60 et 119.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

$B = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8 \times (10 - 8)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 10 et 8.

$D = 24 - 3 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 24 et le produit de 3 par 2.

$E = 7^2 + 1^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 75 = 675 \leq 679 < 684 = 9 \times 76$: le quotient est 75, le reste $679 - 675 = 4$.

$679 = 9 \times 75 + 4$, avec $4 < 9$.

$14 \times 86 = 1\,204 \leq 1\,214 < 1\,218 = 14 \times 87$: le quotient est 86, le reste $1\,214 - 1\,204 = 10$.

$1\,214 = 14 \times 86 + 10$, avec $10 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $175 = 15 \times 11 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $175 = 15 \times 10 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $175 = 15 \times 12 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 11, reste 10.

Comme $10 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 11 : quotient 15, reste 10.

3. $30 = 9 \times 3 + 3$

3 minibus pleins transportent 27 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 3 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°7



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 101	non	oui	non	oui	non
537	non	oui	non	non	non
9 604	oui	non	non	non	non
5 070	oui	oui	oui	non	oui
815	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$7\ 101 \rightarrow 7 + 1 + 0 + 1 = 9 \quad 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \quad 9\ 604 \rightarrow 9 + 6 + 0 + 4 = 19$$

$$5\ 070 \rightarrow 5 + 0 + 7 + 0 = 12 \quad 815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 1 + \square = 3 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3; \square = 6 : 9$$

2 solutions : 210, 216.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 50 est pair mais $50 = 3 \times 16 + 2$.

« 5 est un diviseur de 114. » **Faux.** $114 = 5 \times 22 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 10 + 9 \times 3 = 10 + 27 = 37$

$$B = 54 \div 6 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (6 \times 8 - 6) \div 2 = (48 - 6) \div 2 = 42 \div 2 = 21$$

$$D = 6,3 + 6 \times 0,5 = 6,3 + 3 = 9,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (6 - 4) \times 8 = 8 \times 2 \times 8 = 16 \times 8 = 128$$

$$5 \times (5 + 2) - 9 = 5 \times 7 - 9 = 35 - 9 = 26$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 76 \times 25 = 4 \times 25 \times 76 = 100 \times 76 = 7\ 600$$

$$F = 31 \times 27 + 31 \times 73 = 31 \times (27 + 73) = 31 \times 100 = 3\ 100$$

$$G = 43 \times 99 = 43 \times (100 - 1) = 43 \times 100 - 43 \times 1 = 4\ 300 - 43 = 4\ 257$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°7



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $3 \times 3 = 3^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $(4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2$ » **Faux**. $(4 + 1)^2 = 5^2 = 25$, alors que $4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** $25 = 5^2$: **carré**

$27 = 3^3$: **cube** 28 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2$)

63 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2$) 103 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 103 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 6 = 4 \times 36 - 6 = 144 - 6 = 138$

$B = (4 \times 6)^2 - 6 = 24^2 - 6 = 576 - 6 = 570$

$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 5$: $7a^2 = 7 \times 5^2 = 7 \times 25 = 175$

Pour $a = 10$: $7a^2 = 7 \times 10^2 = 7 \times 100 = 700$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 29 :

$5^2 = 25 \leq 29$ et $6^2 = 36 > 29$.

a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.

$29 - 25 = 4$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 60 et 119. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).