



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°70



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 6 et 9 par 9.
- **B** est la somme de 6 et du produit de 9 par 9.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (25 + 17) \div 7 \quad \mathbf{D} = 14 + 9 \times 3 \quad \mathbf{E} = 5^2 - 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

454 divisé par 6 850 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 148 par 6 ? Justifier.

$$(a) 148 = 6 \times 25 - 2 \quad (b) 148 = 6 \times 23 + 10 \quad (c) 148 = 6 \times 24 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 50 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
357					
6 676					
245					
8 650					
4 221					

2. Dans le nombre $9\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 162 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°70



CAPU0070

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 78 - 6 \times 8 \quad B = 5 \times 5 - 3 \times 2$$

$$C = 84 - 5 \times (10 - 4) \quad D = 8,7 + 4 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 9 - 2 \times 7 = 91 \quad 4 + 9 \times 2 + 4 = 30$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 33 \times 50 \quad F = 31 \times 11 \quad G = 47 \times 80 + 47 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

94 ; 36 ; 27 ; 71 ; 25 ; 35

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 3 \quad B = (4 \times 3)^2 - 3$$

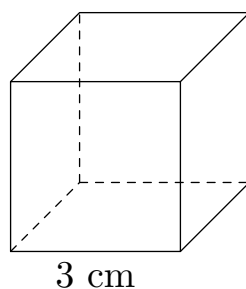
$$C = 6^2 + 7^2 \quad D = (6 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 20 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 5$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 56 et 101.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 9) \times 9 = 15 \times 9 = 135$

$B = 6 + 9 \times 9 = 6 + 81 = 87$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (25 + 17) \div 7$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 25 et 17 par 7.

$D = 14 + 9 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du produit de 9 par 3.

$E = 5^2 - 2$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 75 = 450 \leq 454 < 456 = 6 \times 76$: le quotient est 75, le reste $454 - 450 = 4$.

$454 = 6 \times 75 + 4$, avec $4 < 6$.

$20 \times 42 = 840 \leq 850 < 860 = 20 \times 43$: le quotient est 42, le reste $850 - 840 = 10$.

$850 = 20 \times 42 + 10$, avec $10 < 20$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $148 = 6 \times 25 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $148 = 6 \times 23 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $148 = 6 \times 24 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 24, reste 4.

Comme $4 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 148 par 24 : quotient 6, reste 4.

3. $50 = 9 \times 5 + 5$

5 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 5 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°70



CAPU0070

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
357	non	oui	non	non	non
6 676	oui	non	non	non	non
245	non	non	oui	non	non
8 650	oui	non	oui	non	oui
4 221	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$357 \rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \quad 6\,676 \rightarrow 6 + 6 + 7 + 6 = 25 \quad 245 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11$$

$$8\,650 \rightarrow 8 + 6 + 5 + 0 = 19 \quad 4\,221 \rightarrow 4 + 2 + 2 + 1 = 9$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 0 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 3 : 12; \square = 6 : 15; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 900, 930, 960, 990.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 531, somme des chiffres 9.

« 162 est un multiple de 9. » **Vrai**. $162 = 9 \times 18$: le reste de la division de 162 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 78 - 6 \times 8 = 78 - 48 = 30$

$$B = 5 \times 5 - 3 \times 2 = 25 - 6 = 19$$

$$C = 84 - 5 \times (10 - 4) = 84 - 5 \times 6 = 84 - 30 = 54$$

$$D = 8,7 + 4 \times 1,5 = 8,7 + 6 = 14,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 9 - 2) \times 7 = (15 - 2) \times 7 = 13 \times 7 = 91$$

$$(4 + 9) \times 2 + 4 = 13 \times 2 + 4 = 26 + 4 = 30$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 33 \times 50 = 2 \times 50 \times 33 = 100 \times 33 = 3\,300$$

$$F = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

$$G = 47 \times 80 + 47 \times 20 = 47 \times (80 + 20) = 47 \times 100 = 4\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°70



CAPU0070

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $0,3^2 = 0,9$ » **Faux**. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

35 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2$) $36 = 6^2$: **carré**

71 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 71 < 81 = 9^2$) 94 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 3 = 4 \times 9 - 3 = 36 - 3 = 33$

$B = (4 \times 3)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$

$C = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$

$D = (6 + 7)^2 = 13^2 = 169$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 5$: $n^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45$ et $9n = 9 \times 5 = 45$.

45 = 45 : l'égalité est vraie pour $n = 5$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 20 = 6^2 + 20 = 36 + 20 = 56$ et $9n = 9 \times 6 = 54$.

56 $\neq$ 54 : l'égalité est fausse pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°70



2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 56 et 101. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).