



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°71



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 9^2 \quad D = 13 + 36 \div 9 \quad E = 3 \times 2^2 - 12$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

131 divisé par 7 1 077 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 231 par 8 ? Justifier.

$$(a) 231 = 8 \times 28 + 7 \quad (b) 231 = 8 \times 29 - 1 \quad (c) 231 = 8 \times 27 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 63 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 967					
6 260					
125					
1 574					
321					

2. Dans le nombre $44\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 175 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°71



CAPU0071

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 8 + 9 \times 6 \quad B = 8 \times 6 - 4 \times 5$$

$$C = (8 \times 5 - 8) \div 5 \quad D = 1,7 + 3 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 6 - 7 \times 3 = 123 \quad 8 \times 8 - 4 - 9 = 23$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 54 \times 5 \quad F = 31 \times 11 \quad G = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 12 \times 12 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

La somme de deux carrés est toujours un carré. $2^3 = 6$ $10^3 = 1\,000$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

112 ; 81 ; 64 ; 104 ; 8 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 6 \quad B = (2 \times 4)^2 - 6$$

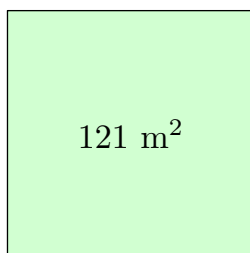
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 30 = 11n$ est-elle vraie pour $n = 4$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 81 et 144.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$D = 13 + 36 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 36 par 9.

$E = 3 \times 2^2 - 12$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 2 et 12.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 18 = 126 \leq 131 < 133 = 7 \times 19$: le quotient est 18, le reste $131 - 126 = 5$.

$131 = 7 \times 18 + 5$, avec $5 < 7$.

$23 \times 46 = 1\,058 \leq 1\,077 < 1\,081 = 23 \times 47$: le quotient est 46, le reste $1\,077 - 1\,058 = 19$.

$1\,077 = 23 \times 46 + 19$, avec $19 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $231 = 8 \times 28 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $231 = 8 \times 29 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $231 = 8 \times 27 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 28, reste 7.

Comme $7 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 231 par 28 : quotient 8, reste 7.

3. $63 = 8 \times 7 + 7$

7 minibus pleins transportent 56 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 7 = 1$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 967	non	oui	non	oui	non
6 260	oui	non	oui	non	oui
125	non	non	oui	non	non
1 574	oui	non	non	non	non
321	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$5\,967 \rightarrow 5 + 9 + 6 + 7 = 27 \quad 6\,260 \rightarrow 6 + 2 + 6 + 0 = 14 \quad 125 \rightarrow 1 + 2 + 5 = 8$$

$$1\,574 \rightarrow 1 + 5 + 7 + 4 = 17 \quad 321 \rightarrow 3 + 2 + 1 = 6$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 4 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 444.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 75 est divisible par 3 ($75 = 3 \times 25$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 175 est un multiple de 7. » **Vrai.** $175 = 7 \times 25$: le reste de la division de 175 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 8 + 9 \times 6 = 8 + 54 = 62$

$$B = 8 \times 6 - 4 \times 5 = 48 - 20 = 28$$

$$C = (8 \times 5 - 8) \div 5 = (40 - 8) \div 5 = 32 \div 5 = 6,4$$

$$D = 1,7 + 3 \times 0,2 = 1,7 + 0,6 = 2,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 \times 6 - 7) \times 3 = (48 - 7) \times 3 = 41 \times 3 = 123$$

$$8 \times (8 - 4) - 9 = 8 \times 4 - 9 = 32 - 9 = 23$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 54 \times 5 = 2 \times 5 \times 54 = 10 \times 54 = 540$$

$$F = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

$$G = 1,5 \times 0,8 + 1,5 \times 0,2 = 1,5 \times (0,8 + 0,2) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !**

$81 = 9^2$: **carré** 104 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2$)

112 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$

$B = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$

$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 4$: $n^2 + 30 = 4^2 + 30 = 16 + 30 = 46$ et $11n = 11 \times 4 = 44$.

$46 \neq 44$: l'égalité est fausse pour $n = 4$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 30 = 6^2 + 30 = 36 + 30 = 66$ et $11n = 11 \times 6 = 66$.

$66 = 66$: l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 6 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$4 \times 11 = 44$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **$4 \times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 81 et 144. » $\rightarrow$ encore 62 possibilités.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°71



CAPU0071

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).