



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°72



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du produit de 4 par 7.
- **B** est le produit de la somme de 14 et 4 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 2^2 - 15 \quad \mathbf{D} = 2^2 + 5^2 \quad \mathbf{E} = 2 \times 3^2$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

425 divisé par 7      2 007 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 256 par 10 ? Justifier.

$$(a) 256 = 10 \times 26 - 4 \quad (b) 256 = 10 \times 25 + 6 \quad (c) 256 = 10 \times 24 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 279 jours ?  
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 279 jours ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 7 880  |       |       |       |       |        |
| 2 979  |       |       |       |       |        |
| 6 284  |       |       |       |       |        |
| 591    |       |       |       |       |        |
| 155    |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $9\square 9$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 95 est un multiple de 4.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°72



CAPU0072

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 61 - 4 \times 9 \quad B = 2 + 24 \div 4 \times 4$$

$$C = 72 - 2 \times (13 - 8) \quad D = 8,1 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 7 + 7 \times 2 = 112 \quad 3 + 5 \times 6 + 8 = 73$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad F = 4 \times 65 \times 25 \quad G = 32 \times 99$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \quad 3 + 3 + 3 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

51 ; 36 ; 42 ; 125 ; 118 ; 121

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. L'égalité  $n^2 + 30 = 11n$  est-elle vraie pour  $n = 7$  ? Pour  $n = 5$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 27 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 136 et 198. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 14 + 4 \times 7 = 14 + 28 = 42$

$$B = (14 + 4) \times 7 = 18 \times 7 = 126$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 5 \times 2^2 - 15$  est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 2 et 15.

$$D = 2^2 + 5^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 2 et de 5.}$$

$$E = 2 \times 3^2 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le double du carré de 3.}$$

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $7 \times 60 = 420 \leq 425 < 427 = 7 \times 61$  : le quotient est 60, le reste  $425 - 420 = 5$ .

$$425 = 7 \times 60 + 5, \text{ avec } 5 < 7.$$

$$11 \times 182 = 2\,002 \leq 2\,007 < 2\,013 = 11 \times 183 : \text{le quotient est 182, le reste } 2\,007 - 2\,002 = 5.$$

$$2\,007 = 11 \times 182 + 5, \text{ avec } 5 < 11.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 10$  » :

(a)  $256 = 10 \times 26 - 4$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(b)  $256 = 10 \times 25 + 6$  : le reste 6 est bien inférieur à 10. ✓

(c)  $256 = 10 \times 24 + 16$  : le « reste » 16 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

**C'est l'égalité (b) : quotient 25, reste 6.**

Comme  $6 < 25$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 256 par 25 : quotient 10, reste 6.

3.  $279 = 7 \times 39 + 6$

**a) 279 jours font 39 semaines complètes et 6 jours.**

Après 39 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 6 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

**b) Dans 279 jours, nous serons samedi.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 7 880  | oui   | non   | oui   | non   | oui    |
| 2 979  | non   | oui   | non   | oui   | non    |
| 6 284  | oui   | non   | non   | non   | non    |
| 591    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 155    | non   | non   | oui   | non   | non    |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°72



CAPU0072

Sommes des chiffres :

$$7\ 880 \rightarrow 7 + 8 + 8 + 0 = 23 \quad 2\ 979 \rightarrow 2 + 9 + 7 + 9 = 27 \quad 6\ 284 \rightarrow 6 + 2 + 8 + 4 = 20$$
$$591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 \quad 155 \rightarrow 1 + 5 + 5 = 11$$

2. Somme des chiffres :  $9 + \square + 9 = 18 + \square$ . Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 18; \square = 3 : 21; \square = 6 : 24; \square = 9 : 27$$

**4 solutions : 909, 939, 969, 999.**

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 95 est un multiple de 4. » **Faux.**  $95 = 4 \times 23 + 3$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 61 - 4 \times 9 = 61 - 36 = 25$

$$B = 2 + 24 \div 4 \times 4 = 2 + 6 \times 4 = 2 + 24 = 26$$

$$C = 72 - 2 \times (13 - 8) = 72 - 2 \times 5 = 72 - 10 = 62$$

$$D = 8,1 + 6 \times 1,5 = 8,1 + 9 = 17,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 \times 7 + 7) \times 2 = (49 + 7) \times 2 = 56 \times 2 = 112$$

$$3 + 5 \times (6 + 8) = 3 + 5 \times 14 = 3 + 70 = 73$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 4 \times 65 \times 25 = 4 \times 25 \times 65 = 100 \times 65 = 6\ 500$$

$$G = 32 \times 99 = 32 \times (100 - 1) = 32 \times 100 - 32 \times 1 = 3\ 200 - 32 = 3\ 168$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$      $6 \times 6 = 6^2$      $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2.  $11^2 = 11 \times 11 = 121$      $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$      $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. «  $2^3 = 3^2$  » **Faux.**  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  et  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple :  $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $4^2 = 16$  et  $5^2 = 25$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 42 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2)$$

$$51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2) \quad 118 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2)$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°72



CAPU0072

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

### Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$$

$$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$  : dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $4 \times 3$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 7 : n^2 + 30 = 7^2 + 30 = 49 + 30 = 79 \text{ et } 11n = 11 \times 7 = 77.$$

**79  $\neq$  77 : l'égalité est fausse pour  $n = 7$ .**

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 30 = 5^2 + 30 = 25 + 30 = 55 \text{ et } 11n = 11 \times 5 = 55.$$

**55 = 55 : l'égalité est vraie pour  $n = 5$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $n = 6$ , et seulement pour 5 et 6.)

### Exercice 7 — Correction

1. Un carré de  $n$  dalles de côté en utilise  $n \times n = n^2$ . On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 27 :

$$5^2 = 25 \leq 27 \text{ et } 6^2 = 36 > 27.$$

**a) Elle mettra 5 dalles sur chaque côté.**

$$27 - 25 = 2$$

**b) Il lui restera 2 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 136 et 198. »  $\rightarrow$  encore 61 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. »  $\rightarrow$  reste : 169.

**Le nombre mystère est 169 ( $169 = 13^2$ ).**