



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°73



CAPU0073

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 2)^3 \quad \mathbf{D} = 8 + 2 \times 8 \quad \mathbf{E} = (3 + 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

610 divisé par 6 2 075 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 91 par 8 ? Justifier.

$$(a) 91 = 8 \times 10 + 11 \quad (b) 91 = 8 \times 11 + 3 \quad (c) 91 = 8 \times 12 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 83 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 941					
875					
4 580					
867					
3 194					

2. Dans le nombre $7\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 145.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 42 - 4 + 9 \quad B = 9 \times 8 - 3 \times 5$$

$$C = 73 - 2 \times (14 - 7) \quad D = [3 + 3 \times (10 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 7 - 3 - 2 = 18 \quad 7 \times 2 \times 2 + 7 = 77$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 69 + 0,75 + 31 \quad F = 46 \times 11 \quad G = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 10 \times 10 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 18 ; 27 ; 144 ; 75 ; 63

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 8 \quad B = (3 \times 3)^2 - 8$$

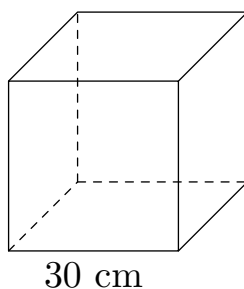
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 3$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 178 et 233.
sible par 9.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$$D = 8 + 2 \times 8 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 8 et du produit de 2 par 8.}$$

$$E = (3 + 5)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 3 et 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 101 = 606 \leq 610 < 612 = 6 \times 102$: le quotient est 101, le reste $610 - 606 = 4$.

$$\mathbf{610 = 6 \times 101 + 4}, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$28 \times 74 = 2\,072 \leq 2\,075 < 2\,100 = 28 \times 75 : \text{le quotient est 74, le reste } 2\,075 - 2\,072 = 3.$$

$$\mathbf{2\,075 = 28 \times 74 + 3}, \text{ avec } 3 < 28.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $91 = 8 \times 10 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $91 = 8 \times 11 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 8. ✓

(c) $91 = 8 \times 12 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 11, reste 3.

Comme $3 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 91 par 11 : quotient 8, reste 3.

3. $83 = 15 \times 5 + 8$

5 minibus pleins transportent 75 élèves ; il en reste 8 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 8 = 7$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°73



CAPU0073

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 941	non	oui	non	oui	non
875	non	non	oui	non	non
4 580	oui	non	oui	non	oui
867	non	oui	non	non	non
3 194	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$4\ 941 \rightarrow 4 + 9 + 4 + 1 = 18 \quad 875 \rightarrow 8 + 7 + 5 = 20 \quad 4\ 580 \rightarrow 4 + 5 + 8 + 0 = 17$$

$$867 \rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \quad 3\ 194 \rightarrow 3 + 1 + 9 + 4 = 17$$

2. Somme des chiffres : $7 + \square + 1 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 711.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 522, somme des chiffres 9.

« 5 est un diviseur de 145. » **Vrai**. $145 = 5 \times 29$: le reste de la division de 145 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 42 - 4 + 9 = 38 + 9 = 47$

$$B = 9 \times 8 - 3 \times 5 = 72 - 15 = 57$$

$$C = 73 - 2 \times (14 - 7) = 73 - 2 \times 7 = 73 - 14 = 59$$

$$D = [3 + 3 \times (10 - 5)] \div 5 = [3 + 3 \times 5] \div 5 = [3 + 15] \div 5 = 18 \div 5 = 3,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (7 - 3 - 2) = 9 \times (4 - 2) = 9 \times 2 = 18$$

$$7 \times (2 \times 2 + 7) = 7 \times (4 + 7) = 7 \times 11 = 77$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 69 + 0,75 + 31 = 69 + 31 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 46 \times 11 = 46 \times (10 + 1) = 46 \times 10 + 46 \times 1 = 460 + 46 = 506$$

$$G = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°73



CAPU0073

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $8^3 = 512$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $(2 + 1)^2 = 2^2 + 1^2$ » **Faux.** $(2 + 1)^2 = 3^2 = 9$, alors que $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

18 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2$) $27 = 3^3$: **cube**

$36 = 6^2$: **carré** 63 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2$)

75 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 8 = 3 \times 9 - 8 = 27 - 8 = 19$

$B = (3 \times 3)^2 - 8 = 9^2 - 8 = 81 - 8 = 73$

$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le **carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $2n^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\ 000 = 2\ 000$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\ 000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$27\ 000 \div 1\ 000 = 27$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 178 et 233. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).