



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°74



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 18 et du quotient de 42 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 18 et 42 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 5^2 \quad D = 6 + 2 \times 2 \quad E = 11^2 - 20$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

530 divisé par 7 1 402 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 351 par 10 ? Justifier.

$$(a) 351 = 10 \times 34 + 11 \quad (b) 351 = 10 \times 35 + 1 \quad (c) 351 = 10 \times 36 - 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 95 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 312					
4 080					
3 069					
805					
957					

2. Dans le nombre $6\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 135 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°74



CAPU0074

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 23 + 8 \times 3 \quad B = 12 + 48 \div 8 \times 3$$

$$C = (7 \times 5 - 6) \div 2 \quad D = 3 \times [29 - (9 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 5 + 2 + 8 = 71 \quad 3 \times 4 + 9 + 5 = 54$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 27 \times 9 \quad F = 8 \times 82 \times 125 \quad G = 26 \times 67 - 26 \times 57$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 12 \times 12 \quad 5 + 5 + 5 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 5^3 = 15 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 40 ; 94 ; 27 ; 145 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 9 \quad B = (5 \times 3)^2 - 9$$

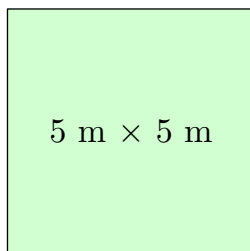
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 5$ et $B = (4a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 187 et 259.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 5.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 18 + 42 \div 6 = 18 + 7 = 25$

$$B = (18 + 42) \div 6 = 60 \div 6 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$$D = 6 + 2 \times 2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 6 et du produit de 2 par 2.}$$

$$E = 11^2 - 20 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 11 et 20.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 75 = 525 \leq 530 < 532 = 7 \times 76$: le quotient est 75, le reste $530 - 525 = 5$.

$$530 = 7 \times 75 + 5, \text{ avec } 5 < 7.$$

$$18 \times 77 = 1\,386 \leq 1\,402 < 1\,404 = 18 \times 78 : \text{le quotient est 77, le reste } 1\,402 - 1\,386 = 16.$$

$$1\,402 = 18 \times 77 + 16, \text{ avec } 16 < 18.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $351 = 10 \times 34 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $351 = 10 \times 35 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $351 = 10 \times 36 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 35, reste 1.

Comme $1 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 351 par 35 : quotient 10, reste 1.

3. $95 = 6 \times 15 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 15 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 312	oui	non	non	non	non
4 080	oui	oui	oui	non	oui
3 069	non	oui	non	oui	non
805	non	non	oui	non	non
957	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°74



CAPU0074

Sommes des chiffres :

$$7\ 312 \rightarrow 7 + 3 + 1 + 2 = 13 \quad 4\ 080 \rightarrow 4 + 0 + 8 + 0 = 12 \quad 3\ 069 \rightarrow 3 + 0 + 6 + 9 = 18$$
$$805 \rightarrow 8 + 0 + 5 = 13 \quad 957 \rightarrow 9 + 5 + 7 = 21$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 2 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 612, 642, 672.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 135 est un multiple de 9. » **Vrai.** $135 = 9 \times 15$: le reste de la division de 135 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 23 + 8 \times 3 = 23 + 24 = 47$

$$B = 12 + 48 \div 8 \times 3 = 12 + 6 \times 3 = 12 + 18 = 30$$

$$C = (7 \times 5 - 6) \div 2 = (35 - 6) \div 2 = 29 \div 2 = 14,5$$

$$D = 3 \times [29 - (9 + 5)] = 3 \times [29 - 14] = 3 \times 15 = 45$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (5 + 2) + 8 = 9 \times 7 + 8 = 63 + 8 = 71$$

$$3 \times (4 + 9 + 5) = 3 \times (13 + 5) = 3 \times 18 = 54$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 9 = 27 \times (10 - 1) = 27 \times 10 - 27 \times 1 = 270 - 27 = 243$$

$$F = 8 \times 82 \times 125 = 8 \times 125 \times 82 = 1\ 000 \times 82 = 82\ 000$$

$$G = 26 \times 67 - 26 \times 57 = 26 \times (67 - 57) = 26 \times 10 = 260$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 40 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 40 < 49 = 7^2)$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 9 = 5 \times 9 - 9 = 45 - 9 = 36$

$$B = (5 \times 3)^2 - 9 = 15^2 - 9 = 225 - 9 = 216$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 5 = 4 \times 5^2 - 5 = 4 \times 25 - 5 = 100 - 5 = 95$$

$$B = (4a)^2 - 5 = (4 \times 5)^2 - 5 = 20^2 - 5 = 400 - 5 = 395$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$5 \times 2 = 10$$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

$$10 \text{ rangées de } 10 \text{ carreaux : } 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 187 et 259. » $\rightarrow$ encore 71 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225, 256.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).