



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°75



CAPU0075

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 26 et le produit de 5 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 26 et 5 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 11 + 9 \times 6 \quad \mathbf{D} = (26 + 46) \div 8 \quad \mathbf{E} = 4 \times (8 - 5)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

604 divisé par 5 2 197 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 167 par 6 ? Justifier.

$$(a) 167 = 6 \times 26 + 11 \quad (b) 167 = 6 \times 27 + 5 \quad (c) 167 = 6 \times 28 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 42 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291					
8 289					
6 800					
8 038					
365					

2. Dans le nombre $55\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 115.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°75



CAPU0075

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 71 - 4 \times 7 \quad B = 3 \times 7 - 6 \times 3$$

$$C = (3 \times 6 - 9) \div 5 \quad D = [6 + 5 \times (8 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 9 + 8 - 9 = 93 \quad 8 + 3 \times 7 + 5 = 44$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 72 + 7,8 + 28 \quad F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad G = 21 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 11 \times 11 \quad 9 + 9 + 9 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^3 = 9 \quad 1^3 = 1 \quad (3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

97 ; 1 000 ; 49 ; 100 ; 95 ; 57

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 5 \quad B = (4 \times 3)^2 - 5$$

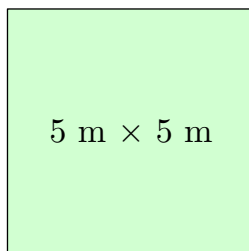
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $4n^2$ pour $n = 2$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 134 et 200.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 26 - 5 \times 5 = 26 - 25 = 1$

$$B = (26 - 5) \times 5 = 21 \times 5 = 105$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 + 9 \times 6$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du produit de 9 par 6.

$$D = (26 + 46) \div 8 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 26 et 46 par 8.}$$

$$E = 4 \times (8 - 5) \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de 4 par la différence entre 8 et 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 120 = 600 \leq 604 < 605 = 5 \times 121$: le quotient est 120, le reste $604 - 600 = 4$.

$$\mathbf{604 = 5 \times 120 + 4}, \text{ avec } 4 < 5.$$

$$16 \times 137 = 2\,192 \leq 2\,197 < 2\,208 = 16 \times 138 : \text{le quotient est 137, le reste } 2\,197 - 2\,192 = 5.$$

$$\mathbf{2\,197 = 16 \times 137 + 5}, \text{ avec } 5 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $167 = 6 \times 26 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $167 = 6 \times 27 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $167 = 6 \times 28 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 27, reste 5.

Comme $5 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 167 par 27 : quotient 6, reste 5.

3. $42 = 8 \times 5 + 2$

5 minibus pleins transportent 40 élèves ; il en reste 2 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 2 = 6$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291	non	oui	non	non	non
8 289	non	oui	non	oui	non
6 800	oui	non	oui	non	oui
8 038	oui	non	non	non	non
365	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 \quad 8\,289 \rightarrow 8 + 2 + 8 + 9 = 27 \quad 6\,800 \rightarrow 6 + 8 + 0 + 0 = 14$$

$$8\,038 \rightarrow 8 + 0 + 3 + 8 = 19 \quad 365 \rightarrow 3 + 6 + 5 = 14$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $5 + 5 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 555.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 22 est pair mais $22 = 3 \times 7 + 1$.

« 5 est un diviseur de 115. » **Vrai.** $115 = 5 \times 23$: le reste de la division de 115 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 71 - 4 \times 7 = 71 - 28 = 43$

$$B = 3 \times 7 - 6 \times 3 = 21 - 18 = 3$$

$$C = (3 \times 6 - 9) \div 5 = (18 - 9) \div 5 = 9 \div 5 = 1,8$$

$$D = [6 + 5 \times (8 - 4)] \div 2 = [6 + 5 \times 4] \div 2 = [6 + 20] \div 2 = 26 \div 2 = 13$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (9 + 8) - 9 = 6 \times 17 - 9 = 102 - 9 = 93$$

$$8 + 3 \times (7 + 5) = 8 + 3 \times 12 = 8 + 36 = 44$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 72 + 7,8 + 28 = 72 + 28 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 21 \times 101 = 21 \times (100 + 1) = 21 \times 100 + 21 \times 1 = 2\,100 + 21 = 2\,121$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $(3 + 5)^2 = 3^2 + 5^2$ » **Faux**. $(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$, alors que $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$49 = 7^2$: **carré** 57 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 57 < 64 = 8^2$)

95 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 95 < 100 = 10^2$) 97 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2$)

$100 = 10^2$: **carré** $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 5 = 4 \times 9 - 5 = 36 - 5 = 31$

$B = (4 \times 3)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$

$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 2$: $4n^2 = 4 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$

Pour $n = 0,5$: $4n^2 = 4 \times 0,5^2 = 4 \times 0,25 = 1$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$5 \times 5 = 25$

a) Il faut 25 carreaux le long d'un côté.

25 rangées de 25 carreaux : $25^2 = 25 \times 25 = 625$

b) Il faut 625 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 134 et 200. » $\rightarrow$ encore 65 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).