



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°76



CAPU0076

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = 4^2 + 6^2 \quad E = 12^2 - 16$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

704 divisé par 6 1 268 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 408 par 11 ? Justifier.

$$(a) 408 = 11 \times 38 - 10 \quad (b) 408 = 11 \times 36 + 12 \quad (c) 408 = 11 \times 37 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 202 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 783					
2 590					
921					
325					
9 232					

2. Dans le nombre $2\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 175 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°76



CAPU0076

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 2 + 3 \times 9 \quad B = 11 + 24 \div 3 \times 4$$

$$C = (8 + 3) \times 4 - 9 \quad D = [7 + 4 \times (7 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 6 + 5 - 6 = 49 \quad 8 \times 7 - 7 \times 6 = 0$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 \quad F = 71 + 0,75 + 29 \quad G = 15 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 9 \times 9 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

145 ; 25 ; 1 000 ; 144 ; 38 ; 48

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 6 \quad B = (4 \times 2)^2 - 6$$

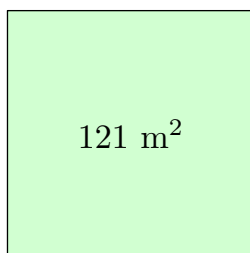
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 9$ et $B = (3a)^2 - 9$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 131 et 184.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 4^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 6.

$E = 12^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 12 et 16.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 117 = 702 \leq 704 < 708 = 6 \times 118$: le quotient est 117, le reste $704 - 702 = 2$.

$704 = 6 \times 117 + 2$, avec $2 < 6$.

$23 \times 55 = 1\,265 \leq 1\,268 < 1\,288 = 23 \times 56$: le quotient est 55, le reste $1\,268 - 1\,265 = 3$.

$1\,268 = 23 \times 55 + 3$, avec $3 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $408 = 11 \times 38 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $408 = 11 \times 36 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $408 = 11 \times 37 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 1.

Comme $1 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 408 par 37 : quotient 11, reste 1.

3. $202 = 6 \times 33 + 4$, avec $4 < 6$

a) Elle remplit 33 boîtes pleines.

b) Il reste 4 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 783	non	oui	non	oui	non
2 590	oui	non	oui	non	oui
921	non	oui	non	non	non
325	non	non	oui	non	non
9 232	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°76



CAPU0076

Sommes des chiffres :

$$9\ 783 \rightarrow 9 + 7 + 8 + 3 = 27 \quad 2\ 590 \rightarrow 2 + 5 + 9 + 0 = 16 \quad 921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12$$
$$325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \quad 9\ 232 \rightarrow 9 + 2 + 3 + 2 = 16$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 7 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 9 : 18$$

2 solutions : 207, 297.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 175 est un multiple de 8. » **Faux.** $175 = 8 \times 21 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 2 + 3 \times 9 = 2 + 27 = 29$

$$B = 11 + 24 \div 3 \times 4 = 11 + 8 \times 4 = 11 + 32 = 43$$

$$C = (8 + 3) \times 4 - 9 = 11 \times 4 - 9 = 44 - 9 = 35$$

$$D = [7 + 4 \times (7 - 2)] \div 2 = [7 + 4 \times 5] \div 2 = [7 + 20] \div 2 = 27 \div 2 = 13,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (6 + 5) - 6 = 5 \times 11 - 6 = 55 - 6 = 49$$

$$8 \times (7 - 7) \times 6 = 8 \times 0 \times 6 = 0 \times 6 = 0$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 71 + 0,75 + 29 = 71 + 29 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 15 \times 101 = 15 \times (100 + 1) = 15 \times 100 + 15 \times 1 = 1\ 500 + 15 = 1\ 515$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 38 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 38 < 49 = 7^2)$$

$$48 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 48 < 49 = 7^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$

$$145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 6 = 4 \times 4 - 6 = 16 - 6 = 10$

$$B = (4 \times 2)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 9 = 3 \times 3^2 - 9 = 3 \times 9 - 9 = 27 - 9 = 18$$

$$B = (3a)^2 - 9 = (3 \times 3)^2 - 9 = 9^2 - 9 = 81 - 9 = 72$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$$4 \times 11 = 44$$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 131 et 184. » → encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 9. » → reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).