



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°77



CAPU0077

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 22 - 5 \times 3 \quad D = 2 \times 7^2 \quad E = (7 + 4)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

439 divisé par 4 780 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 173 par 7 ? Justifier.

$$(a) 173 = 7 \times 25 - 2 \quad (b) 173 = 7 \times 24 + 5 \quad (c) 173 = 7 \times 23 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 58 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 284					
4 930					
205					
8 091					
597					

2. Dans le nombre $1\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 210 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°77



CAPU0077

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 46 - 5 \times 8 \quad B = 6 \times 6 - 5 \times 3$$

$$C = (11 + 9) \times 2 - 3 \quad D = 3 \times [20 - (3 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 5 \times 2 + 2 = 24 \quad 3 + 8 - 2 + 3 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 101 \quad F = 2 \times 98 \times 50 \quad G = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$5^3 = 15 \quad 0^2 = 0 \quad (5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 88 ; 94 ; 144 ; 64 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 6 \quad B = (3 \times 4)^2 - 6$$

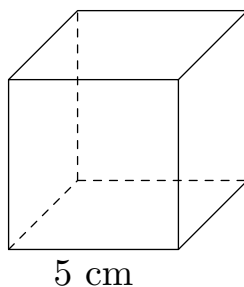
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 4)^2$ pour $n = 6$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 167 et 225.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 22 - 5 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 22 et le produit de 5 par 3.

$D = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$E = (7 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 109 = 436 \leq 439 < 440 = 4 \times 110$: le quotient est 109, le reste $439 - 436 = 3$.

$439 = 4 \times 109 + 3$, avec $3 < 4$.

$21 \times 37 = 777 \leq 780 < 798 = 21 \times 38$: le quotient est 37, le reste $780 - 777 = 3$.

$780 = 21 \times 37 + 3$, avec $3 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $173 = 7 \times 25 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $173 = 7 \times 24 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $173 = 7 \times 23 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 24, reste 5.

Comme $5 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 173 par 24 : quotient 7, reste 5.

3. $58 = 6 \times 9 + 4$, avec $4 < 6$

a) Elle remplit 9 boîtes pleines.

b) Il reste 4 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 284	oui	non	non	non	non
4 930	oui	non	oui	non	oui
205	non	non	oui	non	non
8 091	non	oui	non	oui	non
597	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°77



CAPU0077

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 5\,284 \rightarrow 5 + 2 + 8 + 4 = 19 & 4\,930 \rightarrow 4 + 9 + 3 + 0 = 16 & 205 \rightarrow 2 + 0 + 5 = 7 \\ 8\,091 \rightarrow 8 + 0 + 9 + 1 = 18 & 597 \rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 0 = 1 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 9$$

Une seule solution : 180.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 60 est divisible par 3 ($60 = 3 \times 20$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 210 est un multiple de 7. » **Vrai.** $210 = 7 \times 30$: le reste de la division de 210 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 46 - 5 \times 8 = 46 - 40 = 6$

$$B = 6 \times 6 - 5 \times 3 = 36 - 15 = 21$$

$$C = (11 + 9) \times 2 - 3 = 20 \times 2 - 3 = 40 - 3 = 37$$

$$D = 3 \times [20 - (3 + 3)] = 3 \times [20 - 6] = 3 \times 14 = 42$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (5 \times 2 + 2) = 2 \times (10 + 2) = 2 \times 12 = 24$$

$$3 + 8 - (2 + 3) = 3 + 8 - 5 = 11 - 5 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 101 = 44 \times (100 + 1) = 44 \times 100 + 44 \times 1 = 4\,400 + 44 = 4\,444$$

$$F = 2 \times 98 \times 50 = 2 \times 50 \times 98 = 100 \times 98 = 9\,800$$

$$G = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $7 \times 7 = 7^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $(5 + 3)^2 = 5^2 + 3^2$ » **Faux.** $(5 + 3)^2 = 8^2 = 64$, alors que $5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 88 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 88 < 100 = 10^2)$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°77



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 6 = 3 \times 16 - 6 = 48 - 6 = 42$

$B = (3 \times 4)^2 - 6 = 12^2 - 6 = 144 - 6 = 138$

$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$

$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 6$: $(n + 4)^2 = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

Pour $n = 0,5$: $(n + 4)^2 = (0,5 + 4)^2 = 4,5^2 = 20,25$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 167 et 225. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).