



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°78



CAPU0078

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 1 et 3.
- **B** est la somme des carrés de 1 et de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (7 + 8) \times 7 \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = (13 + 3) \div 4$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

979 divisé par 9      1 795 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 127 par 6 ? Justifier.

$$(a) 127 = 6 \times 20 + 7 \quad (b) 127 = 6 \times 22 - 5 \quad (c) 127 = 6 \times 21 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 127 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 237    |       |       |       |       |        |
| 5 211  |       |       |       |       |        |
| 325    |       |       |       |       |        |
| 3 412  |       |       |       |       |        |
| 9 360  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $8\square 2$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 64.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°78



CAPU0078

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 - 9 + 14 \quad B = 54 \div 6 \times 2$$

$$C = 86 - 4 \times (15 - 7) \quad D = 3,3 + 5 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 4 + 4 \times 7 = 168 \quad 6 + 7 \times 8 \times 2 = 124$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 9 \quad F = 53 + 5,05 + 47 \quad G = 21 \times 20 + 21 \times 80$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 11 \times 11 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

$$143; 51; 64; 1\,000; 49; 100$$

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 8 \quad B = (3 \times 2)^2 - 8$$

$$C = 5^2 + 3^2 \quad D = (5 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression  $n^2 - 2n + 18$  pour  $n = 2$ , puis pour  $n = 10$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 109 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 135 et 202.      Je suis le carré d'un nombre entier.      Mon chiffre des unités est 9.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°78



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$B = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (7 + 8) \times 7$  est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 8 par 7.

$D = (2 \times 6)^2$  est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = (13 + 3) \div 4$  est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 13 et 3 par 4.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $9 \times 108 = 972 \leq 979 < 981 = 9 \times 109$  : le quotient est 108, le reste  $979 - 972 = 7$ .

$979 = 9 \times 108 + 7$ , avec  $7 < 9$ .

$22 \times 81 = 1\,782 \leq 1\,795 < 1\,804 = 22 \times 82$  : le quotient est 81, le reste  $1\,795 - 1\,782 = 13$ .

$1\,795 = 22 \times 81 + 13$ , avec  $13 < 22$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 6$  » :

(a)  $127 = 6 \times 20 + 7$  : le « reste » 7 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b)  $127 = 6 \times 22 - 5$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $127 = 6 \times 21 + 1$  : le reste 1 est bien inférieur à 6. ✓

**C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 1.**

Comme  $1 < 21$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 127 par 21 : quotient 6, reste 1.

3.  $127 = 18 \times 7 + 1$

En 7 soirs, elle lit 126 pages ; il lui en reste encore 1.

a) **Il lui faut  $7 + 1 = 8$  soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 1 page.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 237    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 5 211  | non   | oui   | non   | oui   | non    |
| 325    | non   | non   | oui   | non   | non    |
| 3 412  | oui   | non   | non   | non   | non    |
| 9 360  | oui   | oui   | oui   | oui   | oui    |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°78



CAPU0078

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 237 &\rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 & 5\,211 &\rightarrow 5 + 2 + 1 + 1 = 9 & 325 &\rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \\ 3\,412 &\rightarrow 3 + 4 + 1 + 2 = 10 & 9\,360 &\rightarrow 9 + 3 + 6 + 0 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres :  $8 + \square + 2 = 10 + \square$ . Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

**3 solutions : 822, 852, 882.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car  $9 = 3 \times 3$ . Exemple : 603, somme des chiffres 9.

« 3 est un diviseur de 64. » **Faux.**  $64 = 3 \times 21 + 1$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 24 - 9 + 14 = 15 + 14 = 29$

$$B = 54 \div 6 \times 2 = 9 \times 2 = 18$$

$$C = 86 - 4 \times (15 - 7) = 86 - 4 \times 8 = 86 - 32 = 54$$

$$D = 3,3 + 5 \times 2,5 = 3,3 + 12,5 = 15,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 \times 4 + 4) \times 7 = (20 + 4) \times 7 = 24 \times 7 = 168$$

$$(6 + 7 \times 8) \times 2 = (6 + 56) \times 2 = 62 \times 2 = 124$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

$$F = 53 + 5,05 + 47 = 53 + 47 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 21 \times 20 + 21 \times 80 = 21 \times (20 + 80) = 21 \times 100 = 2\,100$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $6 \times 6 \times 6 = 6^3$      $11 \times 11 = 11^2$      $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2.  $8^2 = 8 \times 8 = 64$      $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$      $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple :  $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $3^2 = 9$  et  $4^2 = 16$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$143 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°78



### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 3 \times 2^2 - 8 = 3 \times 4 - 8 = 12 - 8 = 4$

$$B = (3 \times 2)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$D = (5 + 3)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$  : dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $3 \times 2$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe  $\times$  qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 - 2n + 18 = 2^2 - 2 \times 2 + 18 = 4 - 2 \times 2 + 18 = 4 - 4 + 18 = 0 + 18 = 18$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 - 2n + 18 = 10^2 - 2 \times 10 + 18 = 100 - 2 \times 10 + 18 = 100 - 20 + 18 = 80 + 18 = 98$$

### Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise  $n \times n = n^2$ . On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 109 :

$$10^2 = 100 \leq 109 \text{ et } 11^2 = 121 > 109.$$

**a) Elle mettra 10 dalles sur chaque côté.**

$$109 - 100 = 9$$

**b) Il lui restera 9 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 135 et 202. »  $\rightarrow$  encore 66 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 144, 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. »  $\rightarrow$  reste : 169.

**Le nombre mystère est 169 ( $169 = 13^2$ ).**