



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°79



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 4 et de 3.
- **B** est le carré de la somme de 4 et 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (16 + 16) \div 4 \quad \mathbf{D} = 9^2 - 80 \quad \mathbf{E} = (2 \times 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

208 divisé par 6 2 290 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 178 par 6 ? Justifier.

$$(a) 178 = 6 \times 28 + 10 \quad (b) 178 = 6 \times 29 + 4 \quad (c) 178 = 6 \times 30 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 58 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
745					
921					
4 041					
9 210					
1 354					

2. Dans le nombre $1\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 79 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°79



CAPU0079

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 49 - 5 \times 3 \quad B = 45 \div 9 \times 2$$

$$C = (6 + 8) \times 4 - 16 \quad D = [5 + 5 \times (11 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 4 + 7 + 6 = 72 \quad 9 + 3 \times 9 - 9 = 9$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 27 \times 101 \quad F = 29 \times 74 - 29 \times 64 \quad G = 2 \times 13 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 3 + 3 + 3 \quad 9 \times 9 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 49 ; 100 ; 94 ; 59 ; 90

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 4 \quad B = (5 \times 6)^2 - 4$$

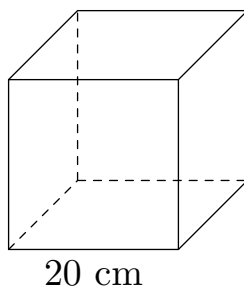
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 5)^2$ pour $n = 3$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 260 et 328.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$$B = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (16 + 16) \div 4$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 16 et 16 par 4.

$$D = 9^2 - 80$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 80.

$$E = (2 \times 3)^2$$
 est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 34 = 204 \leq 208 < 210 = 6 \times 35$: le quotient est 34, le reste $208 - 204 = 4$.

$$208 = 6 \times 34 + 4, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$19 \times 120 = 2\,280 \leq 2\,290 < 2\,299 = 19 \times 121$$
 : le quotient est 120, le reste $2\,290 - 2\,280 = 10$.

$$2\,290 = 19 \times 120 + 10, \text{ avec } 10 < 19.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $178 = 6 \times 28 + 10$: le « reste » 10 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $178 = 6 \times 29 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $178 = 6 \times 30 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 29, reste 4.

Comme $4 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 178 par 29 : quotient 6, reste 4.

3. $58 = 15 \times 3 + 13$

3 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 13 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 13 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°79



CAPU0079

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
745	non	non	oui	non	non
921	non	oui	non	non	non
4 041	non	oui	non	oui	non
9 210	oui	oui	oui	non	oui
1 354	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$745 \rightarrow 7 + 4 + 5 = 16 \quad 921 \rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 \quad 4\,041 \rightarrow 4 + 0 + 4 + 1 = 9$$

$$9\,210 \rightarrow 9 + 2 + 1 + 0 = 12 \quad 1\,354 \rightarrow 1 + 3 + 5 + 4 = 13$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 0 = 1 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3 ; \square = 5 : 6 ; \square = 8 : 9$$

3 solutions : 120, 150, 180.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 30 est divisible par 3 ($30 = 3 \times 10$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 79 est un multiple de 6. » **Faux.** $79 = 6 \times 13 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 49 - 5 \times 3 = 49 - 15 = 34$

$$B = 45 \div 9 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = (6 + 8) \times 4 - 16 = 14 \times 4 - 16 = 56 - 16 = 40$$

$$D = [5 + 5 \times (11 - 3)] \div 5 = [5 + 5 \times 8] \div 5 = [5 + 40] \div 5 = 45 \div 5 = 9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (4 + 7) + 6 = 6 \times 11 + 6 = 66 + 6 = 72$$

$$9 + 3 \times (9 - 9) = 9 + 3 \times 0 = 9 + 0 = 9$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 27 \times 101 = 27 \times (100 + 1) = 27 \times 100 + 27 \times 1 = 2\,700 + 27 = 2\,727$$

$$F = 29 \times 74 - 29 \times 64 = 29 \times (74 - 64) = 29 \times 10 = 290$$

$$G = 2 \times 13 \times 50 = 2 \times 50 \times 13 = 100 \times 13 = 1\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$ » **Faux**. $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$, alors que $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $49 = 7^2$: **carré**

59 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 59 < 64 = 8^2$) 90 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 90 < 100 = 10^2$)

94 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2$) $100 = 10^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 4 = 5 \times 36 - 4 = 180 - 4 = 176$

$B = (5 \times 6)^2 - 4 = 30^2 - 4 = 900 - 4 = 896$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 3$: $(n + 5)^2 = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

Pour $n = 0,5$: $(n + 5)^2 = (0,5 + 5)^2 = 5,5^2 = 30,25$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\ 000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$8\ 000 \div 1\ 000 = 8$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 260 et 328. » $\rightarrow$ encore 67 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 289, 324.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).