



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°8



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 4.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 16 + 81 \div 9 \quad \mathbf{D} = 10^2 - 64 \quad \mathbf{E} = 2 \times 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$950 \text{ divisé par } 4 \quad 666 \text{ divisé par } 23$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 287 par 13 ? Justifier.

$$(a) 287 = 13 \times 22 + 1 \quad (b) 287 = 13 \times 21 + 14 \quad (c) 287 = 13 \times 23 - 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
687					
715					
8 200					
6 849					
8 084					

2. Dans le nombre $6\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 8 est un diviseur de 217.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°8



CAPU0008

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 25 - 13 + 7 \quad B = 5 \times 6 - 2 \times 6$$

$$C = 97 - 4 \times (15 - 6) \quad D = [7 + 6 \times (11 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 6 - 8 - 3 = 49 \quad 3 \times 8 - 3 + 4 = 19$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 43 \times 11 \quad F = 32 \times 37 - 32 \times 27 \quad G = 78 + 12,6 + 22$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 6 + 6 + 6 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

93 ; 143 ; 25 ; 125 ; 26 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 7 \quad B = (3 \times 4)^2 - 7$$

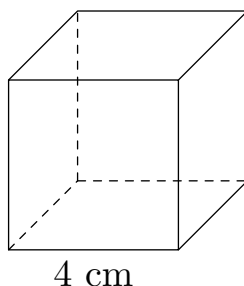
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 7$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 16 et 72.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$$B = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 16 + 81 \div 9$ est une **somme** : c'est la somme de 16 et du quotient de 81 par 9.

$$D = 10^2 - 64$$
 est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 10 et 64.

$$E = 2 \times 7^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 237 = 948 \leq 950 < 952 = 4 \times 238$: le quotient est 237, le reste $950 - 948 = 2$.

$$950 = 4 \times 237 + 2, \text{ avec } 2 < 4.$$

$$23 \times 28 = 644 \leq 666 < 667 = 23 \times 29$$
 : le quotient est 28, le reste $666 - 644 = 22$.

$$666 = 23 \times 28 + 22, \text{ avec } 22 < 23.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $287 = 13 \times 22 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $287 = 13 \times 21 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $287 = 13 \times 23 - 12$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 22, reste 1.

Comme $1 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 287 par 22 : quotient 13, reste 1.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
687	non	oui	non	non	non
715	non	non	oui	non	non
8 200	oui	non	oui	non	oui
6 849	non	oui	non	oui	non
8 084	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°8



Sommes des chiffres :

$$687 \rightarrow 6 + 8 + 7 = 21 \quad 715 \rightarrow 7 + 1 + 5 = 13 \quad 8\,200 \rightarrow 8 + 2 + 0 + 0 = 10$$

$$6\,849 \rightarrow 6 + 8 + 4 + 9 = 27 \quad 8\,084 \rightarrow 8 + 0 + 8 + 4 = 20$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 8 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 648.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 8 est un diviseur de 217. » **Faux.** $217 = 8 \times 27 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 25 - 13 + 7 = 12 + 7 = 19$

$$B = 5 \times 6 - 2 \times 6 = 30 - 12 = 18$$

$$C = 97 - 4 \times (15 - 6) = 97 - 4 \times 9 = 97 - 36 = 61$$

$$D = [7 + 6 \times (11 - 1)] \div 2 = [7 + 6 \times 10] \div 2 = [7 + 60] \div 2 = 67 \div 2 = 33,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times 6 - (8 - 3) = 9 \times 6 - 5 = 54 - 5 = 49$$

$$3 \times (8 - 3) + 4 = 3 \times 5 + 4 = 15 + 4 = 19$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 43 \times 11 = 43 \times (10 + 1) = 43 \times 10 + 43 \times 1 = 430 + 43 = 473$$

$$F = 32 \times 37 - 32 \times 27 = 32 \times (37 - 27) = 32 \times 10 = 320$$

$$G = 78 + 12,6 + 22 = 78 + 22 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $3 \times 3 = 3^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, qui n'est le carré d'aucun entier ($6^2 = 36$ et $7^2 = 49$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2)$$

$$93 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 93 < 100 = 10^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 143 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 143 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 7 = 3 \times 16 - 7 = 48 - 7 = 41$

$B = (3 \times 4)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$

$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$

$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 7$: $x^2 + 6 = 7^2 + 6 = 49 + 6 = 55$ et $7x = 7 \times 7 = 49$.

$55 \neq 49$: l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Pour $x = 1$: $x^2 + 6 = 1^2 + 6 = 1 + 6 = 7$ et $7x = 7 \times 1 = 7$.

$7 = 7$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 1 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 16 et 72. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25, 49.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).