



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°80



CAPU0080

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 6.
- **B** est le carré du double de 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 37 - 3 \times 6 \quad \mathbf{D} = 3^2 + 9^2 \quad \mathbf{E} = (5 + 7) \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

277 divisé par 7 1 408 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 136 par 10 ? Justifier.

$$(a) 136 = 10 \times 12 + 16 \quad (b) 136 = 10 \times 14 - 4 \quad (c) 136 = 10 \times 13 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 61 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
561					
5 550					
785					
3 038					
5 769					

2. Dans le nombre $67\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 96.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°80



CAPU0080

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 4 + 4 \times 8 \quad B = 7 \times 6 - 6 \times 6$$

$$C = 62 - 3 \times (19 - 7) \quad D = 9,5 + 2 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 7 + 6 + 7 = 85 \quad 9 + 4 \times 3 \times 3 = 117$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 + 12,6 + 80 \quad F = 39 \times 12 + 39 \times 88 \quad G = 13 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 92 ; 27 ; 121 ; 87 ; 85

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 3 \quad B = (3 \times 6)^2 - 3$$

$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $2n^3$ pour $n = 5$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 168 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 115 et 151. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°80



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$

$B = (2 \times 6)^2 = 12^2 = 144$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 37 - 3 \times 6$ est une **différence** : c'est la différence entre 37 et le produit de 3 par 6.

$D = 3^2 + 9^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 9.

$E = (5 + 7) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 7 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 39 = 273 \leq 277 < 280 = 7 \times 40$: le quotient est 39, le reste $277 - 273 = 4$.

$277 = 7 \times 39 + 4$, avec $4 < 7$.

$17 \times 82 = 1\,394 \leq 1\,408 < 1\,411 = 17 \times 83$: le quotient est 82, le reste $1\,408 - 1\,394 = 14$.

$1\,408 = 17 \times 82 + 14$, avec $14 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $136 = 10 \times 12 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $136 = 10 \times 14 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $136 = 10 \times 13 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 6.

Comme $6 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 136 par 13 : quotient 10, reste 6.

3. $61 = 9 \times 6 + 7$

6 minibus pleins transportent 54 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 7 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°80



CAPU0080

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
561	non	oui	non	non	non
5 550	oui	oui	oui	non	oui
785	non	non	oui	non	non
3 038	oui	non	non	non	non
5 769	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$561 \rightarrow 5 + 6 + 1 = 12 \quad 5\,550 \rightarrow 5 + 5 + 5 + 0 = 15 \quad 785 \rightarrow 7 + 8 + 5 = 20$$

$$3\,038 \rightarrow 3 + 0 + 3 + 8 = 14 \quad 5\,769 \rightarrow 5 + 7 + 6 + 9 = 27$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $6 + 7 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15 ; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 672, 678.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 261, somme des chiffres 9.

« 4 est un diviseur de 96. » **Vrai.** $96 = 4 \times 24$: le reste de la division de 96 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 4 + 4 \times 8 = 4 + 32 = 36$

$$B = 7 \times 6 - 6 \times 6 = 42 - 36 = 6$$

$$C = 62 - 3 \times (19 - 7) = 62 - 3 \times 12 = 62 - 36 = 26$$

$$D = 9,5 + 2 \times 1,2 = 9,5 + 2,4 = 11,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (7 + 6) + 7 = 6 \times 13 + 7 = 78 + 7 = 85$$

$$(9 + 4) \times 3 \times 3 = 13 \times 3 \times 3 = 39 \times 3 = 117$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 + 12,6 + 80 = 20 + 80 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 39 \times 12 + 39 \times 88 = 39 \times (12 + 88) = 39 \times 100 = 3\,900$$

$$G = 13 \times 11 = 13 \times (10 + 1) = 13 \times 10 + 13 \times 1 = 130 + 13 = 143$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°80



CAPU0080

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $6 \times 6 = 6^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $8^2 = 16$ » **Faux**. $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $49 = 7^2$: **carré**

85 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2$) 87 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2$)

92 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 92 < 100 = 10^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 3 = 3 \times 36 - 3 = 108 - 3 = 105$

$B = (3 \times 6)^2 - 3 = 18^2 - 3 = 324 - 3 = 321$

$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 5$: $2n^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$

Pour $n = 10$: $2n^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\ 000 = 2\ 000$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 168 :

$12^2 = 144 \leq 168$ et $13^2 = 169 > 168$.

a) **Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.**

$168 - 144 = 24$

b) **Il lui restera 24 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 115 et 151. » $\rightarrow$ encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).