



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°81



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 35 et 40 par 5.
- **B** est la somme de 35 et du quotient de 40 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (9 + 6) \div 3 \quad \mathbf{D} = 2 \times 9^2 \quad \mathbf{E} = (4 + 2)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

943 divisé par 8 1 304 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 126 par 13 ? Justifier.

$$(a) 126 = 13 \times 9 + 9 \quad (b) 126 = 13 \times 8 + 22 \quad (c) 126 = 13 \times 10 - 4$$

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mercredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 208 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 208 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
807					
8 040					
655					
1 593					
1 676					

2. Dans le nombre $5\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 161 est un multiple de 7.

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$\mathbf{A} = 27 + 5 \times 5 \quad \mathbf{B} = 7 \times 3 - 4 \times 5$$

$$\mathbf{C} = 81 - 2 \times (16 - 3) \quad \mathbf{D} = 3 \times [31 - (5 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 6 + 4 + 9 = 39 \quad 7 + 7 \times 8 - 6 = 21$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°81



CAPU0081

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$\mathbf{E} = 45 \times 9 \quad \mathbf{F} = 25 \times 15 + 25 \times 85 \quad \mathbf{G} = 41 + 0,75 + 59$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 7 \times 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 27 ; 64 ; 97 ; 107 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$\mathbf{A} = 4 \times 5^2 - 8 \quad \mathbf{B} = (4 \times 5)^2 - 8$$

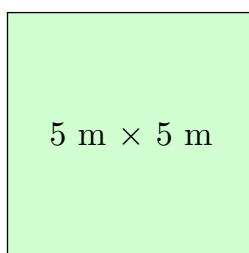
$$\mathbf{C} = 1^2 + 3^2 \quad \mathbf{D} = (1 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 8 = 6n$ est-elle vraie pour $n = 2$? Pour $n = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 15 et 67.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°81



CAPU0081

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (35 + 40) \div 5 = 75 \div 5 = 15$

$B = 35 + 40 \div 5 = 35 + 8 = 43$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (9 + 6) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 9 et 6 par 3.

$D = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$E = (4 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 4 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 117 = 936 \leq 943 < 944 = 8 \times 118$: le quotient est 117, le reste $943 - 936 = 7$.

$943 = 8 \times 117 + 7$, avec $7 < 8$.

$25 \times 52 = 1\,300 \leq 1\,304 < 1\,325 = 25 \times 53$: le quotient est 52, le reste $1\,304 - 1\,300 = 4$.

$1\,304 = 25 \times 52 + 4$, avec $4 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $126 = 13 \times 9 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $126 = 13 \times 8 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $126 = 13 \times 10 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 9, reste 9.

3. $208 = 7 \times 29 + 5$

a) 208 jours font 29 semaines complètes et 5 jours.

Après 29 semaines complètes, on est de nouveau mercredi. Il reste à avancer de 5 jours : mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi.

b) Dans 208 jours, nous serons lundi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
807	non	oui	non	non	non
8 040	oui	oui	oui	non	oui
655	non	non	oui	non	non
1 593	non	oui	non	oui	non
1 676	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°81



CAPU0081

$$807 \rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \quad 8\,040 \rightarrow 8 + 0 + 4 + 0 = 12 \quad 655 \rightarrow 6 + 5 + 5 = 16$$

$$1\,593 \rightarrow 1 + 5 + 9 + 3 = 18 \quad 1\,676 \rightarrow 1 + 6 + 7 + 6 = 20$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 0 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 9$$

Une seule solution : 540.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 43 se termine par 3, mais $43 = 3 \times 14 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 161 est un multiple de 7. » **Vrai.** $161 = 7 \times 23$: le reste de la division de 161 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 5 \times 5 = 27 + 25 = 52$

$$B = 7 \times 3 - 4 \times 5 = 21 - 20 = 1$$

$$C = 81 - 2 \times (16 - 3) = 81 - 2 \times 13 = 81 - 26 = 55$$

$$D = 3 \times [31 - (5 + 6)] = 3 \times [31 - 11] = 3 \times 20 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (6 + 4) + 9 = 3 \times 10 + 9 = 30 + 9 = 39$$

$$7 + 7 \times (8 - 6) = 7 + 7 \times 2 = 7 + 14 = 21$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 9 = 45 \times (10 - 1) = 45 \times 10 - 45 \times 1 = 450 - 45 = 405$$

$$F = 25 \times 15 + 25 \times 85 = 25 \times (15 + 85) = 25 \times 100 = 2\,500$$

$$G = 41 + 0,75 + 59 = 41 + 59 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $7 \times 7 = 7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2)$$

$$107 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 8 = 4 \times 25 - 8 = 100 - 8 = 92$

$B = (4 \times 5)^2 - 8 = 20^2 - 8 = 400 - 8 = 392$

$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 2$: $n^2 + 8 = 2^2 + 8 = 4 + 8 = 12$ et $6n = 6 \times 2 = 12$.

12 = 12 : l'égalité est vraie pour $n = 2$.

Pour $n = 6$: $n^2 + 8 = 6^2 + 8 = 36 + 8 = 44$ et $6n = 6 \times 6 = 36$.

44 $\neq$ 36 : l'égalité est fausse pour $n = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 2 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$5 \times 5 = 25$

a) Il faut 25 carreaux le long d'un côté.

25 rangées de 25 carreaux : $25^2 = 25 \times 25 = 625$

b) Il faut 625 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 15 et 67. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).