



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°82



CAPU0082

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 7 et 4.
- **B** est la somme des carrés de 7 et de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 7^2 \quad \mathbf{D} = 13 + 21 \div 3 \quad \mathbf{E} = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

957 divisé par 4 1 291 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 298 par 11 ? Justifier.

$$(a) 298 = 11 \times 27 + 1 \quad (b) 298 = 11 \times 26 + 12 \quad (c) 298 = 11 \times 28 - 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
741					
1 737					
4 216					
385					
8 270					

2. Dans le nombre $31\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 121 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°82



CAPU0082

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 24 + 5 \times 6 \quad B = 6 \times 8 - 5 \times 3$$

$$C = 52 - 2 \times (11 - 5) \quad D = 3,1 + 3 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 2 \times 8 + 6 = 86 \quad 2 \times 9 - 3 - 5 = 2$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 + 7,8 + 81 \quad F = 17 \times 99 \quad G = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 12 \times 12 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$9^2 = 18 \quad 0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 125 ; 67 ; 26 ; 49 ; 28

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 3^2 - 1 \quad B = (4 \times 3)^2 - 1$$

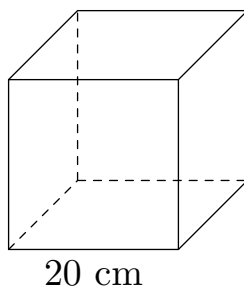
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 9$ et $B = (5a)^2 - 9$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 168 et 214.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$

$B = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 7^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 7.

$D = 13 + 21 \div 3$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 21 par 3.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 239 = 956 \leq 957 < 960 = 4 \times 240$: le quotient est 239, le reste $957 - 956 = 1$.

$957 = 4 \times 239 + 1$, avec $1 < 4$.

$11 \times 117 = 1\,287 \leq 1\,291 < 1\,298 = 11 \times 118$: le quotient est 117, le reste $1\,291 - 1\,287 = 4$.

$1\,291 = 11 \times 117 + 4$, avec $4 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $298 = 11 \times 27 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $298 = 11 \times 26 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $298 = 11 \times 28 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 27, reste 1.

Comme $1 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 298 par 27 : quotient 11, reste 1.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
741	non	oui	non	non	non
1 737	non	oui	non	oui	non
4 216	oui	non	non	non	non
385	non	non	oui	non	non
8 270	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°82



CAPU0082

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 741 \rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 & 1\,737 \rightarrow 1 + 7 + 3 + 7 = 18 & 4\,216 \rightarrow 4 + 2 + 1 + 6 = 13 \\ 385 \rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 & 8\,270 \rightarrow 8 + 2 + 7 + 0 = 17 & \end{array}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 1 + \square = 4 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 315.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 87 est divisible par 3 ($87 = 3 \times 29$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 121 est un multiple de 6. » **Faux.** $121 = 6 \times 20 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 24 + 5 \times 6 = 24 + 30 = 54$

$$B = 6 \times 8 - 5 \times 3 = 48 - 15 = 33$$

$$C = 52 - 2 \times (11 - 5) = 52 - 2 \times 6 = 52 - 12 = 40$$

$$D = 3,1 + 3 \times 2,5 = 3,1 + 7,5 = 10,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 2) \times 8 + 6 = 10 \times 8 + 6 = 80 + 6 = 86$$

$$2 \times (9 - 3 - 5) = 2 \times (6 - 5) = 2 \times 1 = 2$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 + 7,8 + 81 = 19 + 81 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\,700 - 17 = 1\,683$$

$$G = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $9^2 = 18$ » **Faux.** $9^2 = 9 \times 9 = 81$. L'exposant ne multiplie pas : $9 \times 2 = 18$, c'est le double.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2) \quad 28 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$

$$B = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 9 = 5 \times 5^2 - 9 = 5 \times 25 - 9 = 125 - 9 = 116$$

$$B = (5a)^2 - 9 = (5 \times 5)^2 - 9 = 25^2 - 9 = 625 - 9 = 616$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de $8\,000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 168 et 214. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).