



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°83



CAPU0083

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 13 et le produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 13 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 5)^2 \quad D = (5 + 9) \times 5 \quad E = (3 + 33) \div 9$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

131 divisé par 9      1 883 divisé par 22

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 294 par 15 ? Justifier.

$$(a) 294 = 15 \times 19 + 9 \quad (b) 294 = 15 \times 20 - 6 \quad (c) 294 = 15 \times 18 + 24$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 341 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 177    |       |       |       |       |        |
| 2 120  |       |       |       |       |        |
| 7 047  |       |       |       |       |        |
| 545    |       |       |       |       |        |
| 2 824  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $57\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 96.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°83



CAPU0083

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 68 - 5 \times 3 \quad B = 8 \times 7 - 5 \times 3$$

$$C = (12 + 10) \times 2 - 10 \quad D = 5 \times [33 - (3 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 9 \times 5 - 4 = 15 \quad 4 + 9 \times 6 + 2 = 76$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 47 \times 101 \quad F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad G = 23 + 3,45 + 77$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 7 + 7 + 7 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 3 \times 5^2 = 15^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 1 000 ; 100 ; 18 ; 138 ; 64

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 1 \quad B = (5 \times 4)^2 - 1$$

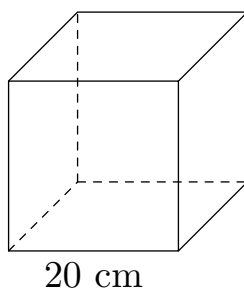
$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. On pose  $A = 4a^2 - 6$  et  $B = (4a)^2 - 6$ . Calculer A et B pour  $a = 4$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en  $\text{cm}^3$ .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je suis divisible par 3.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°83



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 13 - 2 \times 5 = 13 - 10 = 3$

$B = (13 - 2) \times 5 = 11 \times 5 = 55$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (3 + 5)^2$  est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 5.

$D = (5 + 9) \times 5$  est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 9 par 5.

$E = (3 + 33) \div 9$  est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 3 et 33 par 9.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $9 \times 14 = 126 \leq 131 < 135 = 9 \times 15$  : le quotient est 14, le reste  $131 - 126 = 5$ .

$131 = 9 \times 14 + 5$ , avec  $5 < 9$ .

$22 \times 85 = 1\,870 \leq 1\,883 < 1\,892 = 22 \times 86$  : le quotient est 85, le reste  $1\,883 - 1\,870 = 13$ .

$1\,883 = 22 \times 85 + 13$ , avec  $13 < 22$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 15$  » :

(a)  $294 = 15 \times 19 + 9$  : le reste 9 est bien inférieur à 15. ✓

(b)  $294 = 15 \times 20 - 6$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $294 = 15 \times 18 + 24$  : le « reste » 24 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 19, reste 9.**

Comme  $9 < 19$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 294 par 19 : quotient 15, reste 9.

3.  $341 = 25 \times 13 + 16$

En 13 soirs, elle lit 325 pages ; il lui en reste encore 16.

**a) Il lui faut  $13 + 1 = 14$  soirs.**

**b) Le dernier soir, elle lit 16 pages.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 177    | non   | oui   | non   | non   | non    |
| 2 120  | oui   | non   | oui   | non   | oui    |
| 7 047  | non   | oui   | non   | oui   | non    |
| 545    | non   | non   | oui   | non   | non    |
| 2 824  | oui   | non   | non   | non   | non    |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°83



CAPU0083

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 177 &\rightarrow 1 + 7 + 7 = 15 & 2\,120 &\rightarrow 2 + 1 + 2 + 0 = 5 & 7\,047 &\rightarrow 7 + 0 + 4 + 7 = 18 \\ 545 &\rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 & 2\,824 &\rightarrow 2 + 8 + 2 + 4 = 16 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 :  $\square$  vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 :  $5 + 7 + \square = 12 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

**Une seule solution : 570.**

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car  $9 = 3 \times 3$ . Exemple : 504, somme des chiffres 9.

« 8 est un diviseur de 96. » **Vrai.**  $96 = 8 \times 12$  : le reste de la division de 96 par 8 est nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 68 - 5 \times 3 = 68 - 15 = 53$

$$B = 8 \times 7 - 5 \times 3 = 56 - 15 = 41$$

$$C = (12 + 10) \times 2 - 10 = 22 \times 2 - 10 = 44 - 10 = 34$$

$$D = 5 \times [33 - (3 + 2)] = 5 \times [33 - 5] = 5 \times 28 = 140$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 9 \times (5 - 4) = 6 + 9 \times 1 = 6 + 9 = 15$$

$$4 + 9 \times (6 + 2) = 4 + 9 \times 8 = 4 + 72 = 76$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 101 = 47 \times (100 + 1) = 47 \times 100 + 47 \times 1 = 4\,700 + 47 = 4\,747$$

$$F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 23 + 3,45 + 77 = 23 + 77 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $5 \times 5 \times 5 = 5^3$      $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$      $3 \times 3 = 3^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2.  $11^2 = 11 \times 11 = 121$      $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$      $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
     $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. «  $0,3^2 = 0,9$  » **Faux.**  $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$  : un dixième fois un dixième donne des centièmes.

«  $3 \times 5^2 = 15^2$  » **Faux.**  $3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$ , alors que  $15^2 = 225$ . Le carré ne porte que sur 5.

«  $0^2 = 0$  » **Vrai.**  $0 \times 0 = 0$ .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$18 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$138 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 138 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



## Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1.  $A = 5 \times 4^2 - 1 = 5 \times 16 - 1 = 80 - 1 = 79$

$$B = (5 \times 4)^2 - 1 = 20^2 - 1 = 400 - 1 = 399$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$  : dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $5 \times 4$ . Et  $C \neq D$  : le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes  $\times$ .

$$A = 4a^2 - 6 = 4 \times 4^2 - 6 = 4 \times 16 - 6 = 64 - 6 = 58$$

$$B = (4a)^2 - 6 = (4 \times 4)^2 - 6 = 16^2 - 6 = 256 - 6 = 250$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

## Exercice 7 — Correction

1.  $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de  $8\,000\text{ cm}^3$ .

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume  $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$ .

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range  $2 \times 2 \times 2 = 8$  cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 73. »  $\rightarrow$  encore 71 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 6. »  $\rightarrow$  reste : 16, 36.

« Je suis divisible par 3. »  $\rightarrow$  reste : 36.

**Le nombre mystère est 36 ( $36 = 6^2$ ).**