



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°84



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 8^2 - 11 \quad \mathbf{D} = (5 + 2)^2 \quad \mathbf{E} = (12 + 9) \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

930 divisé par 7 911 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 239 par 6 ? Justifier.

$$(a) \ 239 = 6 \times 39 + 5 \quad (b) \ 239 = 6 \times 38 + 11 \quad (c) \ 239 = 6 \times 40 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 3 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 310					
4 113					
6 176					
771					
235					

2. Dans le nombre $8\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 5 est un diviseur de 88.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°84



CAPU0084

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 55 - 2 + 6 \quad B = 5 + 21 \div 3 \times 2$$

$$C = (7 \times 8 - 6) \div 5 \quad D = [7 + 3 \times (10 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 9 + 2 - 8 = 21 \quad 6 + 7 + 7 \times 2 = 34$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 11 \quad F = 2 \times 52 \times 5 \quad G = 29 \times 78 + 29 \times 22$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 9 \times 9 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3^2 = 6 \quad 3^3 = 9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

61 ; 100 ; 148 ; 130 ; 36 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 1 \quad B = (5 \times 5)^2 - 1$$

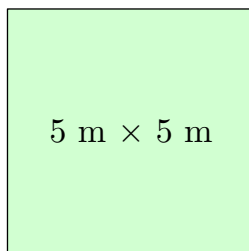
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 5$ et $B = (5a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 50 et 100.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 8^2 - 11$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 8 et 11.

$$D = (5 + 2)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 5 et 2.}$$

$$E = (12 + 9) \times 2 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 12 et 9 par 2.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 132 = 924 \leq 930 < 931 = 7 \times 133$: le quotient est 132, le reste $930 - 924 = 6$.

$$\mathbf{930 = 7 \times 132 + 6}, \text{ avec } 6 < 7.$$

$$12 \times 75 = 900 \leq 911 < 912 = 12 \times 76 : \text{le quotient est 75, le reste } 911 - 900 = 11.$$

$$\mathbf{911 = 12 \times 75 + 11}, \text{ avec } 11 < 12.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $239 = 6 \times 39 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $239 = 6 \times 38 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $239 = 6 \times 40 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 39, reste 5.

Comme $5 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 239 par 39 : quotient 6, reste 5.

3. $52 = 3 \times 17 + 1$, avec $1 < 3$

a) Chaque joueur reçoit 17 cartes.

b) La pioche contient 1 carte.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 3 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 310	oui	oui	oui	oui	oui
4 113	non	oui	non	oui	non
6 176	oui	non	non	non	non
771	non	oui	non	non	non
235	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°84



CAPU0084

Sommes des chiffres :

$$5\ 310 \rightarrow 5 + 3 + 1 + 0 = 9 \quad 4\ 113 \rightarrow 4 + 1 + 1 + 3 = 9 \quad 6\ 176 \rightarrow 6 + 1 + 7 + 6 = 20$$
$$771 \rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 \quad 235 \rightarrow 2 + 3 + 5 = 10$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 1 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 801, 831, 861, 891.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 5 est un diviseur de 88. » **Faux.** $88 = 5 \times 17 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 2 + 6 = 53 + 6 = 59$

$$B = 5 + 21 \div 3 \times 2 = 5 + 7 \times 2 = 5 + 14 = 19$$

$$C = (7 \times 8 - 6) \div 5 = (56 - 6) \div 5 = 50 \div 5 = 10$$

$$D = [7 + 3 \times (10 - 5)] \div 2 = [7 + 3 \times 5] \div 2 = [7 + 15] \div 2 = 22 \div 2 = 11$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (9 + 2 - 8) = 7 \times (11 - 8) = 7 \times 3 = 21$$

$$6 + (7 + 7) \times 2 = 6 + 14 \times 2 = 6 + 28 = 34$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 11 = 41 \times (10 + 1) = 41 \times 10 + 41 \times 1 = 410 + 41 = 451$$

$$F = 2 \times 52 \times 5 = 2 \times 5 \times 52 = 10 \times 52 = 520$$

$$G = 29 \times 78 + 29 \times 22 = 29 \times (78 + 22) = 29 \times 100 = 2\ 900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 3^2 = 6 \text{ » Faux. } 3^2 = 3 \times 3 = 9. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 3 \times 2 = 6, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 61 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 61 < 64 = 8^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$130 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 130 < 144 = 12^2) \quad 148 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 148 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 1 = 5 \times 25 - 1 = 125 - 1 = 124$

$$B = (5 \times 5)^2 - 1 = 25^2 - 1 = 625 - 1 = 624$$

$$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$

$$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 5 = 5 \times 5^2 - 5 = 5 \times 25 - 5 = 125 - 5 = 120$$

$$B = (5a)^2 - 5 = (5 \times 5)^2 - 5 = 25^2 - 5 = 625 - 5 = 620$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$5 \times 4 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux : } 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 50 et 100. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).