



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°85



CAPU0085

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 6 et de 5.
- **B** est le carré de la somme de 6 et 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 11 + 8 \times 3 \quad \mathbf{D} = (1 + 6)^2 \quad \mathbf{E} = 26 - 6 \times 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

734 divisé par 6 2 269 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 201 par 9 ? Justifier.

$$(a) 201 = 9 \times 23 - 6 \quad (b) 201 = 9 \times 22 + 3 \quad (c) 201 = 9 \times 21 + 12$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 225 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 225 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141					
8 020					
3 357					
3 404					
775					

2. Dans le nombre $5\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 109 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°85



CAPU0085

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 72 - 6 \times 6 \quad B = 72 \div 8 \times 4$$

$$C = (8 \times 8 - 4) \div 2 \quad D = [8 + 9 \times (8 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 7 + 3 \times 2 = 76 \quad 8 + 3 - 2 - 2 = 11$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad F = 2 \times 45 \times 50 \quad G = 42 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 4^2 = 8$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

19 ; 128 ; 47 ; 25 ; 100 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 3 \quad B = (4 \times 5)^2 - 3$$

$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 1$ et $B = (4x)^2 - 1$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 46 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 249 et 315.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

$B = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 + 8 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du produit de 8 par 3.

$D = (1 + 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 6.

$E = 26 - 6 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 6 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 122 = 732 \leq 734 < 738 = 6 \times 123$: le quotient est 122, le reste $734 - 732 = 2$.

$734 = 6 \times 122 + 2$, avec $2 < 6$.

$25 \times 90 = 2\,250 \leq 2\,269 < 2\,275 = 25 \times 91$: le quotient est 90, le reste $2\,269 - 2\,250 = 19$.

$2\,269 = 25 \times 90 + 19$, avec $19 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $201 = 9 \times 23 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $201 = 9 \times 22 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $201 = 9 \times 21 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 22, reste 3.

Comme $3 < 22$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 201 par 22 : quotient 9, reste 3.

3. $225 = 7 \times 32 + 1$

a) 225 jours font 32 semaines complètes et 1 jour.

Après 32 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 1 jour : mardi → mercredi.

b) Dans 225 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141	non	oui	non	non	non
8 020	oui	non	oui	non	oui
3 357	non	oui	non	oui	non
3 404	oui	non	non	non	non
775	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°85



CAPU0085

Sommes des chiffres :

$$141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 8\,020 \rightarrow 8 + 0 + 2 + 0 = 10 \quad 3\,357 \rightarrow 3 + 3 + 5 + 7 = 18$$
$$3\,404 \rightarrow 3 + 4 + 0 + 4 = 11 \quad 775 \rightarrow 7 + 7 + 5 = 19$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 5 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 525, 555, 585.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 109 est un multiple de 8. » **Faux.** $109 = 8 \times 13 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 72 - 6 \times 6 = 72 - 36 = 36$

$$B = 72 \div 8 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = (8 \times 8 - 4) \div 2 = (64 - 4) \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

$$D = [8 + 9 \times (8 - 2)] \div 5 = [8 + 9 \times 6] \div 5 = [8 + 54] \div 5 = 62 \div 5 = 12,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 \times 7 + 3) \times 2 = (35 + 3) \times 2 = 38 \times 2 = 76$$

$$8 + 3 - (2 - 2) = 8 + 3 - 0 = 11 - 0 = 11$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 2 \times 45 \times 50 = 2 \times 50 \times 45 = 100 \times 45 = 4\,500$$

$$G = 42 \times 11 = 42 \times (10 + 1) = 42 \times 10 + 42 \times 1 = 420 + 42 = 462$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 19 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 19 < 25 = 5^2)$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 128 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 128 < 144 = 12^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 3 = 4 \times 25 - 3 = 100 - 3 = 97$

$$B = (4 \times 5)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 1 = 4 \times 3^2 - 1 = 4 \times 9 - 1 = 36 - 1 = 35$$

$$B = (4x)^2 - 1 = (4 \times 3)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 46 :

$$6^2 = 36 \leq 46 \text{ et } 7^2 = 49 > 46.$$

a) Elle mettra 6 dalles sur chaque côté.

$$46 - 36 = 10$$

b) Il lui restera 10 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 249 et 315. » $\rightarrow$ encore 65 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).