



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°86



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 10 et 7 par 2.
- **B** est la somme de 10 et du produit de 7 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 25 - 6 \times 3 \quad D = 7 + 14 \div 7 \quad E = 3 \times (16 - 9)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$400 \text{ divisé par } 3 \quad 866 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 410 par 13 ? Justifier.

$$(a) 410 = 13 \times 31 + 7 \quad (b) 410 = 13 \times 32 - 6 \quad (c) 410 = 13 \times 30 + 20$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 50 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 230					
921					
835					
6 201					
1 192					

2. Dans le nombre $18\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 150.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°86



CAPU0086

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 8 + 4 \times 3 \quad B = 2 \times 6 - 2 \times 5$$

$$C = (6 \times 6 - 5) \div 5 \quad D = [5 + 6 \times (11 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 4 - 6 + 4 = 1 \quad 4 \times 5 \times 6 + 7 = 148$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 57 + 3,45 + 43 \quad F = 15 \times 11 \quad G = 26 \times 36 + 26 \times 64$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 5 \times 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 133 ; 25 ; 112 ; 49 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 5 \quad B = (4 \times 6)^2 - 5$$

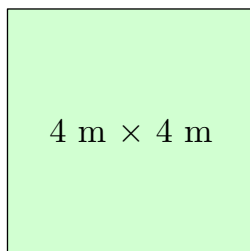
$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $x^3 + 8$ pour $x = 4$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 136 et 177.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°86



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (10 + 7) \times 2 = 17 \times 2 = 34$

$B = 10 + 7 \times 2 = 10 + 14 = 24$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 25 - 6 \times 3$ est une **différence** : c'est la différence entre 25 et le produit de 6 par 3.

$D = 7 + 14 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 7 et du quotient de 14 par 7.

$E = 3 \times (16 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 16 et 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 133 = 399 \leq 400 < 402 = 3 \times 134$: le quotient est 133, le reste $400 - 399 = 1$.

$400 = 3 \times 133 + 1$, avec $1 < 3$.

$26 \times 33 = 858 \leq 866 < 884 = 26 \times 34$: le quotient est 33, le reste $866 - 858 = 8$.

$866 = 26 \times 33 + 8$, avec $8 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $410 = 13 \times 31 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $410 = 13 \times 32 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $410 = 13 \times 30 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 31, reste 7.

Comme $7 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 410 par 31 : quotient 13, reste 7.

3. $50 = 6 \times 8 + 2$, avec $2 < 6$

a) Elle remplit 8 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 230	oui	oui	oui	non	oui
921	non	oui	non	non	non
835	non	non	oui	non	non
6 201	non	oui	non	oui	non
1 192	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°86



CAPU0086

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 1\ 230 &\rightarrow 1 + 2 + 3 + 0 = 6 & 921 &\rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 & 835 &\rightarrow 8 + 3 + 5 = 16 \\ 6\ 201 &\rightarrow 6 + 2 + 0 + 1 = 9 & 1\ 192 &\rightarrow 1 + 1 + 9 + 2 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $1 + 8 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 180.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 6 est un diviseur de 150. » **Vrai.** $150 = 6 \times 25$: le reste de la division de 150 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 8 + 4 \times 3 = 8 + 12 = 20$

$$B = 2 \times 6 - 2 \times 5 = 12 - 10 = 2$$

$$C = (6 \times 6 - 5) \div 5 = (36 - 5) \div 5 = 31 \div 5 = 6,2$$

$$D = [5 + 6 \times (11 - 2)] \div 5 = [5 + 6 \times 9] \div 5 = [5 + 54] \div 5 = 59 \div 5 = 11,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 4 - (6 + 4) = 7 + 4 - 10 = 11 - 10 = 1$$

$$4 \times (5 \times 6 + 7) = 4 \times (30 + 7) = 4 \times 37 = 148$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 57 + 3,45 + 43 = 57 + 43 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 15 \times 11 = 15 \times (10 + 1) = 15 \times 10 + 15 \times 1 = 150 + 15 = 165$$

$$G = 26 \times 36 + 26 \times 64 = 26 \times (36 + 64) = 26 \times 100 = 2\ 600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°86



112 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 112 < 121 = 11^2$) 133 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 5 = 4 \times 36 - 5 = 144 - 5 = 139$

$$B = (4 \times 6)^2 - 5 = 24^2 - 5 = 576 - 5 = 571$$

$$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$$

$$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 4 : x^3 + 8 = 4^3 + 8 = 64 + 8 = 72$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^3 + 8 = 10^3 + 8 = 1\,000 + 8 = 1\,008$$

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$4 \times 2 = 8$$

a) Il faut 8 carreaux le long d'un côté.

$$8 \text{ rangées de } 8 \text{ carreaux} : 8^2 = 8 \times 8 = 64$$

b) Il faut 64 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 136 et 177. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).