



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°87



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 6 et de 2.
- **B** est le carré de la somme de 6 et 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 2 \times 5^2 - 9 \quad \mathbf{D} = 3^2 + 2^2 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

528 divisé par 5 1 628 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 284 par 13 ? Justifier.

$$(a) 284 = 13 \times 22 - 2 \quad (b) 284 = 13 \times 21 + 11 \quad (c) 284 = 13 \times 20 + 24$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 970					
6 386					
355					
921					
5 319					

2. Dans le nombre $1\square2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 78 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°87



CAPU0087

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 19 + 7 \times 2 \quad B = 8 \times 7 - 2 \times 3$$

$$C = (9 \times 8 - 6) \div 5 \quad D = 5 \times [26 - (8 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 4 \times 3 - 6 = 24 \quad 2 \times 8 + 3 \times 7 = 154$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 34 \times 9 \quad F = 22 \times 47 + 22 \times 53 \quad G = 8 \times 37 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 + 6 + 6 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 9 \times 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 6^2 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 76 ; 119 ; 66 ; 36 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 9 \quad B = (3 \times 2)^2 - 9$$

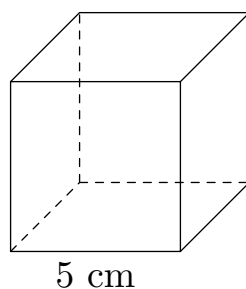
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 20 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 7$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 71 et 121.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°87



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$

$$B = (6 + 2)^2 = 8^2 = 64$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 5^2 - 9$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 2 par le carré de 5 et 9.

$D = 3^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 2.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 105 = 525 \leq 528 < 530 = 5 \times 106$: le quotient est 105, le reste $528 - 525 = 3$.

$$528 = 5 \times 105 + 3, \text{ avec } 3 < 5.$$

$24 \times 67 = 1\,608 \leq 1\,628 < 1\,632 = 24 \times 68$: le quotient est 67, le reste $1\,628 - 1\,608 = 20$.

$$1\,628 = 24 \times 67 + 20, \text{ avec } 20 < 24.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $284 = 13 \times 22 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $284 = 13 \times 21 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $284 = 13 \times 20 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 21, reste 11.

Comme $11 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 284 par 21 : quotient 13, reste 11.

3. $108 = 8 \times 13 + 4$, avec $4 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 13 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 970	oui	non	oui	non	oui
6 386	oui	non	non	non	non
355	non	non	oui	non	non
921	non	oui	non	non	non
5 319	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°87



Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 7\,970 &\rightarrow 7 + 9 + 7 + 0 = 23 & 6\,386 &\rightarrow 6 + 3 + 8 + 6 = 23 & 355 &\rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 \\ 921 &\rightarrow 9 + 2 + 1 = 12 & 5\,319 &\rightarrow 5 + 3 + 1 + 9 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 2 = 3 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 3 ; \square = 3 : 6 ; \square = 6 : 9 ; \square = 9 : 12$$

4 solutions : 102, 132, 162, 192.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 10 est pair mais $10 = 3 \times 3 + 1$.

« 78 est un multiple de 3. » **Vrai.** $78 = 3 \times 26$: le reste de la division de 78 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 19 + 7 \times 2 = 19 + 14 = 33$

$$B = 8 \times 7 - 2 \times 3 = 56 - 6 = 50$$

$$C = (9 \times 8 - 6) \div 5 = (72 - 6) \div 5 = 66 \div 5 = 13,2$$

$$D = 5 \times [26 - (8 + 6)] = 5 \times [26 - 14] = 5 \times 12 = 60$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 4) \times 3 - 6 = 10 \times 3 - 6 = 30 - 6 = 24$$

$$2 \times (8 + 3) \times 7 = 2 \times 11 \times 7 = 22 \times 7 = 154$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 34 \times 9 = 34 \times (10 - 1) = 34 \times 10 - 34 \times 1 = 340 - 34 = 306$$

$$F = 22 \times 47 + 22 \times 53 = 22 \times (47 + 53) = 22 \times 100 = 2\,200$$

$$G = 8 \times 37 \times 125 = 8 \times 125 \times 37 = 1\,000 \times 37 = 37\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $9 \times 9 = 9^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

$$\text{« } 6^2 = 12 \text{ » Faux. } 6^2 = 6 \times 6 = 36. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 6 \times 2 = 12, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 66 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 66 < 81 = 9^2)$$

$$76 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 76 < 81 = 9^2) \quad 119 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 9 = 3 \times 4 - 9 = 12 - 9 = 3$

$B = (3 \times 2)^2 - 9 = 6^2 - 9 = 36 - 9 = 27$

$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 7$: $n^2 + 20 = 7^2 + 20 = 49 + 20 = 69$ et $9n = 9 \times 7 = 63$.

$69 \neq 63$: l'égalité est fausse pour $n = 7$.

Pour $n = 5$: $n^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45$ et $9n = 9 \times 5 = 45$.

$45 = 45$: l'égalité est vraie pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5 : 5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 71 et 121. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).