



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°88



CAPU0088

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 15 et 4 par 3.
- **B** est la différence entre 15 et le produit de 4 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{D} = 5 \times 4^2 - 10 \quad \mathbf{E} = 4 \times (11 - 3)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

982 divisé par 9 547 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 188 par 8 ? Justifier.

$$(a) 188 = 8 \times 22 + 12 \quad (b) 188 = 8 \times 24 - 4 \quad (c) 188 = 8 \times 23 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 100 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 153					
321					
125					
8 612					
8 120					

2. Dans le nombre $6\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 7 est un diviseur de 207.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°88



CAPU0088

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 59 - 5 \times 5 \quad B = 7 \times 2 - 2 \times 4$$

$$C = (10 + 9) \times 4 - 4 \quad D = [2 + 6 \times (7 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 2 \times 7 - 4 = 24 \quad 8 + 8 - 7 + 8 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 47 \times 101 \quad F = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 \quad G = 2 \times 73 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

51 ; 95 ; 22 ; 121 ; 27 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 9 \quad B = (4 \times 6)^2 - 9$$

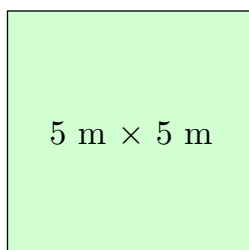
$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. On pose $A = 4x^2 - 7$ et $B = (4x)^2 - 7$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 39.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°88



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (15 - 4) \times 3 = 11 \times 3 = 33$

$B = 15 - 4 \times 3 = 15 - 12 = 3$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = 5 \times 4^2 - 10$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 4 et 10.

$E = 4 \times (11 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 11 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 109 = 981 \leq 982 < 990 = 9 \times 110$: le quotient est 109, le reste $982 - 981 = 1$.

$982 = 9 \times 109 + 1$, avec $1 < 9$.

$21 \times 26 = 546 \leq 547 < 567 = 21 \times 27$: le quotient est 26, le reste $547 - 546 = 1$.

$547 = 21 \times 26 + 1$, avec $1 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $188 = 8 \times 22 + 12$: le « reste » 12 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $188 = 8 \times 24 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $188 = 8 \times 23 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 23, reste 4.

Comme $4 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 188 par 23 : quotient 8, reste 4.

3. $100 = 6 \times 16 + 4$, avec $4 < 6$

a) Elle remplit 16 boîtes pleines.

b) Il reste 4 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 153	non	oui	non	oui	non
321	non	oui	non	non	non
125	non	non	oui	non	non
8 612	oui	non	non	non	non
8 120	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°88



CAPU0088

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\ 153 &\rightarrow 9 + 1 + 5 + 3 = 18 & 321 &\rightarrow 3 + 2 + 1 = 6 & 125 &\rightarrow 1 + 2 + 5 = 8 \\ 8\ 612 &\rightarrow 8 + 6 + 1 + 2 = 17 & 8\ 120 &\rightarrow 8 + 1 + 2 + 0 = 11 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 4 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 684.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 7 est un diviseur de 207. » **Faux.** $207 = 7 \times 29 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 59 - 5 \times 5 = 59 - 25 = 34$

$$B = 7 \times 2 - 2 \times 4 = 14 - 8 = 6$$

$$C = (10 + 9) \times 4 - 4 = 19 \times 4 - 4 = 76 - 4 = 72$$

$$D = [2 + 6 \times (7 - 1)] \div 5 = [2 + 6 \times 6] \div 5 = [2 + 36] \div 5 = 38 \div 5 = 7,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 2) \times 7 - 4 = 4 \times 7 - 4 = 28 - 4 = 24$$

$$8 + 8 - (7 + 8) = 8 + 8 - 15 = 16 - 15 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 101 = 47 \times (100 + 1) = 47 \times 100 + 47 \times 1 = 4\ 700 + 47 = 4\ 747$$

$$F = 2,7 \times 0,7 + 2,7 \times 0,3 = 2,7 \times (0,7 + 0,3) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 2 \times 73 \times 5 = 2 \times 5 \times 73 = 10 \times 73 = 730$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } (4 + 5)^2 = 4^2 + 5^2 \text{ » Faux. } (4 + 5)^2 = 9^2 = 81, \text{ alors que } 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$22 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 22 < 25 = 5^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2)$$

$$95 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 95 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 9 = 4 \times 36 - 9 = 144 - 9 = 135$

$$B = (4 \times 6)^2 - 9 = 24^2 - 9 = 576 - 9 = 567$$

$$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$$

$$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4x^2 - 7 = 4 \times 3^2 - 7 = 4 \times 9 - 7 = 36 - 7 = 29$$

$$B = (4x)^2 - 7 = (4 \times 3)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 4x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$$5 \times 2 = 10$$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

$$10 \text{ rangées de } 10 \text{ carreaux : } 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 39. » $\rightarrow$ encore 37 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).