



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°89



CAPU0089

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 14 et du produit de 6 par 4.
- **B** est le produit de la somme de 14 et 6 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 5 \times 2^2 - 8 \quad D = 2 \times 4^2 \quad E = 8^2 + 1^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

431 divisé par 7 588 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 458 par 12 ? Justifier.

$$(a) 458 = 12 \times 38 + 2 \quad (b) 458 = 12 \times 39 - 10 \quad (c) 458 = 12 \times 37 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 33 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 33 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 849					
8 180					
805					
1 774					
561					

2. Dans le nombre $9\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 79 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°89



CAPU0089

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 6 \times 3 \quad B = 8 \times 2 - 2 \times 3$$

$$C = (6 + 11) \times 2 - 15 \quad D = 4,4 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 6 - 8 \times 2 = 32 \quad 8 + 9 \times 9 + 4 = 157$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 15 \times 99 \quad F = 2 \times 50 \times 50 \quad G = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 8 + 8 + 8 \quad 7 \times 7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4^3 = 12 \quad (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

22 ; 1 000 ; 63 ; 100 ; 120 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 4 \quad B = (3 \times 6)^2 - 4$$

$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $4n^2$ pour $n = 4$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 168 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 47.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.

Je ne suis pas divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 14 + 6 \times 4 = 14 + 24 = 38$

$$B = (14 + 6) \times 4 = 20 \times 4 = 80$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 2^2 - 8$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 2 et 8.

$$D = 2 \times 4^2$$
 est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

$$E = 8^2 + 1^2$$
 est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 61 = 427 \leq 431 < 434 = 7 \times 62$: le quotient est 61, le reste $431 - 427 = 4$.

$$431 = 7 \times 61 + 4, \text{ avec } 4 < 7.$$

$$13 \times 45 = 585 \leq 588 < 598 = 13 \times 46$$
 : le quotient est 45, le reste $588 - 585 = 3$.

$$588 = 13 \times 45 + 3, \text{ avec } 3 < 13.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $458 = 12 \times 38 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 12. ✓

(b) $458 = 12 \times 39 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $458 = 12 \times 37 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 38, reste 2.

Comme $2 < 38$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 458 par 38 : quotient 12, reste 2.

3. $33 = 7 \times 4 + 5$

a) 33 jours font 4 semaines complètes et 5 jours.

Après 4 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 5 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 33 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 849	non	oui	non	oui	non
8 180	oui	non	oui	non	oui
805	non	non	oui	non	non
1 774	oui	non	non	non	non
561	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°89



CAPU0089

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,849 &\rightarrow 6 + 8 + 4 + 9 = 27 & 8\,180 &\rightarrow 8 + 1 + 8 + 0 = 17 & 805 &\rightarrow 8 + 0 + 5 = 13 \\ 1\,774 &\rightarrow 1 + 7 + 7 + 4 = 19 & 561 &\rightarrow 5 + 6 + 1 = 12 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 0 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 900, 930, 960, 990.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 79 est un multiple de 4. » **Faux.** $79 = 4 \times 19 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 6 \times 3 = 22 + 18 = 40$

$$B = 8 \times 2 - 2 \times 3 = 16 - 6 = 10$$

$$C = (6 + 11) \times 2 - 15 = 17 \times 2 - 15 = 34 - 15 = 19$$

$$D = 4,4 + 3 \times 1,2 = 4,4 + 3,6 = 8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 \times 6 - 8) \times 2 = (24 - 8) \times 2 = 16 \times 2 = 32$$

$$(8 + 9) \times 9 + 4 = 17 \times 9 + 4 = 153 + 4 = 157$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 15 \times 99 = 15 \times (100 - 1) = 15 \times 100 - 15 \times 1 = 1\,500 - 15 = 1\,485$$

$$F = 2 \times 50 \times 50 = 2 \times 50 \times 50 = 100 \times 50 = 5\,000$$

$$G = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $7 \times 7 = 7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

$$\text{« } (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (2 + 4)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$22 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 22 < 25 = 5^2) \quad 63 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$120 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 4 = 3 \times 36 - 4 = 108 - 4 = 104$

$$B = (3 \times 6)^2 - 4 = 18^2 - 4 = 324 - 4 = 320$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 4 : 4n^2 = 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64$$

$$\text{Pour } n = 10 : 4n^2 = 4 \times 10^2 = 4 \times 100 = 400$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 168 :

$$12^2 = 144 \leq 168 \text{ et } 13^2 = 169 > 168.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$168 - 144 = 24$$

b) Il lui restera 24 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 47. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 9, 25.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).