



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°9



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 19 et 4 par 4.
- **B** est la différence entre 19 et le produit de 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4 \times (16 - 9) \quad D = (2 \times 4)^2 \quad E = (1 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

618 divisé par 4 559 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 173 par 12 ? Justifier.

$$(a) 173 = 12 \times 13 + 17 \quad (b) 173 = 12 \times 15 - 7 \quad (c) 173 = 12 \times 14 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 158 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 446					
507					
155					
6 597					
2 530					

2. Dans le nombre $3\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 245 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°9



CAPU0009

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 29 + 7 \times 9 \quad B = 40 \div 8 \times 2$$

$$C = 88 - 4 \times (10 - 8) \quad D = 3 \times [27 - (9 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 5 + 3 + 8 = 112 \quad 7 + 7 \times 4 - 6 = 50$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 32 \times 99 \quad F = 8 \times 61 \times 125 \quad G = 31 \times 24 + 31 \times 76$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 5^3 = 15 \quad (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

100 ; 25 ; 125 ; 26 ; 117 ; 46

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 8 \quad B = (4 \times 6)^2 - 8$$

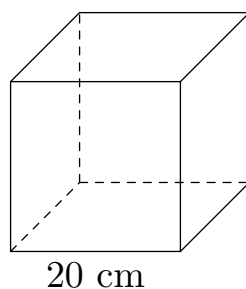
$$C = 3^2 + 1^2 \quad D = (3 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $(n + 4)^2$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 240 et 291.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (19 - 4) \times 4 = 15 \times 4 = 60$

$B = 19 - 4 \times 4 = 19 - 16 = 3$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times (16 - 9)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 16 et 9.

$D = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 154 = 616 \leq 618 < 620 = 4 \times 155$: le quotient est 154, le reste $618 - 616 = 2$.

$618 = 4 \times 154 + 2$, avec $2 < 4$.

$29 \times 19 = 551 \leq 559 < 580 = 29 \times 20$: le quotient est 19, le reste $559 - 551 = 8$.

$559 = 29 \times 19 + 8$, avec $8 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $173 = 12 \times 13 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $173 = 12 \times 15 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $173 = 12 \times 14 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 14, reste 5.

Comme $5 < 14$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 173 par 14 : quotient 12, reste 5.

3. $158 = 12 \times 13 + 2$

En 13 soirs, elle lit 156 pages ; il lui en reste encore 2.

a) **Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 2 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 446	oui	non	non	non	non
507	non	oui	non	non	non
155	non	non	oui	non	non
6 597	non	oui	non	oui	non
2 530	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°9



CAPU0009

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\ 446 &\rightarrow 3 + 4 + 4 + 6 = 17 & 507 &\rightarrow 5 + 0 + 7 = 12 & 155 &\rightarrow 1 + 5 + 5 = 11 \\ 6\ 597 &\rightarrow 6 + 5 + 9 + 7 = 27 & 2\ 530 &\rightarrow 2 + 5 + 3 + 0 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 9 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 369.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 56 est pair mais $56 = 3 \times 18 + 2$.
« 245 est un multiple de 9. » **Faux.** $245 = 9 \times 27 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 29 + 7 \times 9 = 29 + 63 = 92$

$$B = 40 \div 8 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = 88 - 4 \times (10 - 8) = 88 - 4 \times 2 = 88 - 8 = 80$$

$$D = 3 \times [27 - (9 + 6)] = 3 \times [27 - 15] = 3 \times 12 = 36$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (5 + 3 + 8) = 7 \times (8 + 8) = 7 \times 16 = 112$$

$$(7 + 7) \times 4 - 6 = 14 \times 4 - 6 = 56 - 6 = 50$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 32 \times 99 = 32 \times (100 - 1) = 32 \times 100 - 32 \times 1 = 3\ 200 - 32 = 3\ 168$$

$$F = 8 \times 61 \times 125 = 8 \times 125 \times 61 = 1\ 000 \times 61 = 61\ 000$$

$$G = 31 \times 24 + 31 \times 76 = 31 \times (24 + 76) = 31 \times 100 = 3\ 100$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $3 \times 3 = 3^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

$$\text{« } (5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (5 + 1)^2 = 6^2 = 36, \text{ alors que } 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2)$$

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$117 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 117 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 8 = 4 \times 36 - 8 = 144 - 8 = 136$

$$B = (4 \times 6)^2 - 8 = 24^2 - 8 = 576 - 8 = 568$$

$$C = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

$$D = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 2 : (n + 4)^2 = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$$\text{Pour } n = 10 : (n + 4)^2 = (10 + 4)^2 = 14^2 = 196$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 240 et 291. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).