



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°90



CAPU0090

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 3 + 4 \times 2 \quad \mathbf{D} = (6 + 7)^2 \quad \mathbf{E} = (8 + 7) \times 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

208 divisé par 9 2 457 divisé par 15

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 94 par 8 ? Justifier.

$$(a) 94 = 8 \times 10 + 14 \quad (b) 94 = 8 \times 12 - 2 \quad (c) 94 = 8 \times 11 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 85 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 104					
2 061					
265					
6 610					
381					

2. Dans le nombre $6\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 88.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°90



CAPU0090

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 6 + 8 \times 3 \quad B = 7 \times 8 - 2 \times 2$$

$$C = 85 - 5 \times (11 - 5) \quad D = 3 \times [37 - (3 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 6 + 8 \times 9 = 129 \quad 9 \times 8 + 7 - 4 = 99$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 19 \times 50 \quad F = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 \quad G = 35 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 7 + 7 + 7 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$8^2 = 16 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 137 ; 144 ; 125 ; 65 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 4 \quad B = (2 \times 2)^2 - 4$$

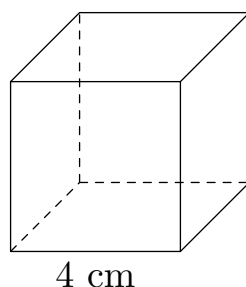
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 7$ et $B = (3x)^2 - 7$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 253 et 318.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$

$B = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 + 4 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 4 par 2.

$D = (6 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 7.

$E = (8 + 7) \times 9$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 7 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 23 = 207 \leq 208 < 216 = 9 \times 24$: le quotient est 23, le reste $208 - 207 = 1$.

$208 = 9 \times 23 + 1$, avec $1 < 9$.

$15 \times 163 = 2\,445 \leq 2\,457 < 2\,460 = 15 \times 164$: le quotient est 163, le reste $2\,457 - 2\,445 = 12$.

$2\,457 = 15 \times 163 + 12$, avec $12 < 15$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $94 = 8 \times 10 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(b) $94 = 8 \times 12 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $94 = 8 \times 11 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 11, reste 6.

Comme $6 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 94 par 11 : quotient 8, reste 6.

3. $85 = 16 \times 5 + 5$

5 minibus pleins transportent 80 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 5 = 11$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 104	oui	non	non	non	non
2 061	non	oui	non	oui	non
265	non	non	oui	non	non
6 610	oui	non	oui	non	oui
381	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$3\ 104 \rightarrow 3 + 1 + 0 + 4 = 8 \quad 2\ 061 \rightarrow 2 + 0 + 6 + 1 = 9 \quad 265 \rightarrow 2 + 6 + 5 = 13$$

$$6\ 610 \rightarrow 6 + 6 + 1 + 0 = 13 \quad 381 \rightarrow 3 + 8 + 1 = 12$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 4 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 684.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux**. Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 6 est un diviseur de 88. » **Faux**. $88 = 6 \times 14 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 6 + 8 \times 3 = 6 + 24 = 30$

$$B = 7 \times 8 - 2 \times 2 = 56 - 4 = 52$$

$$C = 85 - 5 \times (11 - 5) = 85 - 5 \times 6 = 85 - 30 = 55$$

$$D = 3 \times [37 - (3 + 3)] = 3 \times [37 - 6] = 3 \times 31 = 93$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + (6 + 8) \times 9 = 3 + 14 \times 9 = 3 + 126 = 129$$

$$9 \times (8 + 7 - 4) = 9 \times (15 - 4) = 9 \times 11 = 99$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 19 \times 50 = 2 \times 50 \times 19 = 100 \times 19 = 1\ 900$$

$$F = 2,7 \times 0,8 + 2,7 \times 0,2 = 2,7 \times (0,8 + 0,2) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 35 \times 9 = 35 \times (10 - 1) = 35 \times 10 - 35 \times 1 = 350 - 35 = 315$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°90



CAPU0090

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $8^2 = 16$ » **Faux**. $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

65 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2$) $125 = 5^3$: **cube**

137 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 137 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 4 = 2 \times 4 - 4 = 8 - 4 = 4$

$B = (2 \times 2)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 16 - 4 = 12$

$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3x^2 - 7 = 3 \times 2^2 - 7 = 3 \times 4 - 7 = 12 - 7 = 5$

$B = (3x)^2 - 7 = (3 \times 2)^2 - 7 = 6^2 - 7 = 36 - 7 = 29$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 253 et 318. » $\rightarrow$ encore 64 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°90



« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).