



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°91



CAPU0091

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 11 et du produit de 4 par 4.
- **B** est le produit de la somme de 11 et 4 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (10 - 8) \quad \mathbf{D} = 14 + 3 \times 9 \quad \mathbf{E} = 38 - 4 \times 5$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

$$277 \text{ divisé par } 6 \quad 1\,034 \text{ divisé par } 21$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 381 par 12 ? Justifier.

$$(a) 381 = 12 \times 32 - 3 \quad (b) 381 = 12 \times 30 + 21 \quad (c) 381 = 12 \times 31 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 56 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 625    |       |       |       |       |        |
| 9 801  |       |       |       |       |        |
| 561    |       |       |       |       |        |
| 7 522  |       |       |       |       |        |
| 9 390  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $3\square 1$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 169.



## Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 49 - 12 + 7 \quad B = 8 \times 5 - 3 \times 4$$

$$C = (8 \times 4 - 1) \div 5 \quad D = [8 + 3 \times (11 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 7 - 6 - 3 = 18 \quad 8 \times 3 + 2 \times 8 = 152$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 9 \quad F = 26 + 12,6 + 74 \quad G = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2$$

## Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 7 + 7 + 7 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 4^3 = 12 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

104 ; 24 ; 15 ; 144 ; 1 000 ; 36

## Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 2 \quad B = (3 \times 3)^2 - 2$$

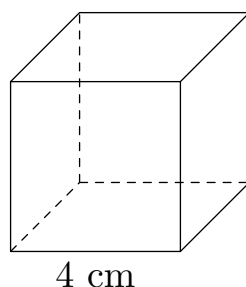
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. On pose  $A = 2x^2 - 7$  et  $B = (2x)^2 - 7$ . Calculer A et B pour  $x = 2$ .

## Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 91 et 137.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 11 + 4 \times 4 = 11 + 16 = 27$

$B = (11 + 4) \times 4 = 15 \times 4 = 60$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 5 \times (10 - 8)$  est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 10 et 8.

$D = 14 + 3 \times 9$  est une **somme** : c'est la somme de 14 et du produit de 3 par 9.

$E = 38 - 4 \times 5$  est une **différence** : c'est la différence entre 38 et le produit de 4 par 5.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $6 \times 46 = 276 \leq 277 < 282 = 6 \times 47$  : le quotient est 46, le reste  $277 - 276 = 1$ .

$277 = 6 \times 46 + 1$ , avec  $1 < 6$ .

$21 \times 49 = 1\,029 \leq 1\,034 < 1\,050 = 21 \times 50$  : le quotient est 49, le reste  $1\,034 - 1\,029 = 5$ .

$1\,034 = 21 \times 49 + 5$ , avec  $5 < 21$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 12$  » :

(a)  $381 = 12 \times 32 - 3$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(b)  $381 = 12 \times 30 + 21$  : le « reste » 21 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c)  $381 = 12 \times 31 + 9$  : le reste 9 est bien inférieur à 12. ✓

**C'est l'égalité (c) : quotient 31, reste 9.**

Comme  $9 < 31$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 381 par 31 : quotient 12, reste 9.

3.  $56 = 16 \times 3 + 8$

3 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 8 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

**a) Il faut réserver  $3 + 1 = 4$  minibus.**

**b) Dans le dernier minibus,  $16 - 8 = 8$  places restent libres.**

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°91



CAPU0091

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 625    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 9 801  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 561    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 7 522  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 9 390  | <b>oui</b> | <b>oui</b> | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |

Sommes des chiffres :

$$625 \rightarrow 6 + 2 + 5 = 13 \quad 9\,801 \rightarrow 9 + 8 + 0 + 1 = 18 \quad 561 \rightarrow 5 + 6 + 1 = 12$$

$$7\,522 \rightarrow 7 + 5 + 2 + 2 = 16 \quad 9\,390 \rightarrow 9 + 3 + 9 + 0 = 21$$

2. Somme des chiffres :  $3 + \square + 1 = 4 + \square$ . Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 5 : 9 ; \square = 8 : 12$$

**3 solutions : 321, 351, 381.**

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 86 est pair mais  $86 = 3 \times 28 + 2$ .

« 7 est un diviseur de 169. » **Faux.**  $169 = 7 \times 24 + 1$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 49 - 12 + 7 = 37 + 7 = 44$

$$B = 8 \times 5 - 3 \times 4 = 40 - 12 = 28$$

$$C = (8 \times 4 - 1) \div 5 = (32 - 1) \div 5 = 31 \div 5 = 6,2$$

$$D = [8 + 3 \times (11 - 2)] \div 2 = [8 + 3 \times 9] \div 2 = [8 + 27] \div 2 = 35 \div 2 = 17,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times 7 - (6 - 3) = 3 \times 7 - 3 = 21 - 3 = 18$$

$$8 \times (3 + 2 \times 8) = 8 \times (3 + 16) = 8 \times 19 = 152$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 9 = 45 \times (10 - 1) = 45 \times 10 - 45 \times 1 = 450 - 45 = 405$$

$$F = 26 + 12,6 + 74 = 26 + 74 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 3,6 \times 0,8 + 3,6 \times 0,2 = 3,6 \times (0,8 + 0,2) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



## Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $4 \times 4 = 4^2$        $6 \times 6 \times 6 = 6^3$        $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$  : c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas**  $7^3 = 343$ .

2.  $9^2 = 9 \times 9 = 81$        $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$        $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$        $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. «  $2^3 = 3^2$  » **Faux**.  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  et  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .

«  $4^3 = 12$  » **Faux**.  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ , et non  $3 \times 4$ .

«  $0^2 = 0$  » **Vrai**.  $0 \times 0 = 0$ .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$15$  : ni l'un ni l'autre ( $3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2$ )       $24$  : ni l'un ni l'autre ( $4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2$ )

$36 = 6^2$  : **carré**       $104$  : ni l'un ni l'autre ( $10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2$ )

$144 = 12^2$  : **carré**       $1\ 000 = 10^3$  : **cube**

## Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 3 \times 3^2 - 2 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2 = 25$

$B = (3 \times 3)^2 - 2 = 9^2 - 2 = 81 - 2 = 79$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$  : dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $3 \times 3$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes  $\times$ .

$A = 2x^2 - 7 = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$

$B = (2x)^2 - 7 = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit  $2x$  tout entier.

## Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 :  $4^2 = 4 \times 4 = 16$ .

**a) On voit 16 petits cubes sur une face.**

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes :  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ .

**b) Il a utilisé 64 petits cubes.**

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de  $4 - 2 = 2$  petits cubes d'arête.  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ .

**c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.**

**Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 91 et 137. »  $\rightarrow$  encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 100, 121.

« Je suis divisible par 2. »  $\rightarrow$  reste : 100.

**Le nombre mystère est 100 ( $100 = 10^2$ ).**