



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°92



CAPU0092

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 18 et le produit de 2 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 18 et 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8 \times (12 - 9) \quad D = 5^2 - 22 \quad E = (27 + 29) \div 8$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

379 divisé par 3      1 035 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 9 ? Justifier.

$$(a) 175 = 9 \times 18 + 13 \quad (b) 175 = 9 \times 19 + 4 \quad (c) 175 = 9 \times 20 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 143 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 6 201  |       |       |       |       |        |
| 8 134  |       |       |       |       |        |
| 235    |       |       |       |       |        |
| 327    |       |       |       |       |        |
| 3 810  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $20\square$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 194 est un multiple de 7.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°92



CAPU0092

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 54 - 12 + 5 \quad B = 6 \times 6 - 4 \times 6$$

$$C = (4 \times 5 - 1) \div 4 \quad D = 3 \times [39 - (8 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 7 + 9 - 6 = 90 \quad 2 + 8 - 3 + 6 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 69 - 41 \times 59 \quad F = 4 \times 47 \times 25 \quad G = 39 \times 9$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 9 \times 9 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 2 \times 4^2 = 8^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 100 ; 64 ; 109 ; 49 ; 86

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 9 \quad B = (2 \times 3)^2 - 9$$

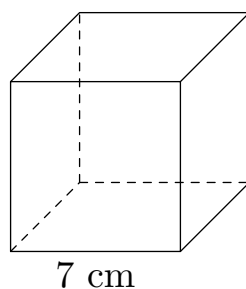
$$C = 2^2 + 4^2 \quad D = (2 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression  $8n^2$  pour  $n = 6$ , puis pour  $n = 10$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 7 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 41.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°92



CAPU0092

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = 18 - 2 \times 4 = 18 - 8 = 10$

$B = (18 - 2) \times 4 = 16 \times 4 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 8 \times (12 - 9)$  est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 12 et 9.

$D = 5^2 - 22$  est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 22.

$E = (27 + 29) \div 8$  est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 27 et 29 par 8.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $3 \times 126 = 378 \leq 379 < 381 = 3 \times 127$  : le quotient est 126, le reste  $379 - 378 = 1$ .

$379 = 3 \times 126 + 1$ , avec  $1 < 3$ .

$16 \times 64 = 1\,024 \leq 1\,035 < 1\,040 = 16 \times 65$  : le quotient est 64, le reste  $1\,035 - 1\,024 = 11$ .

$1\,035 = 16 \times 64 + 11$ , avec  $11 < 16$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 9$  » :

(a)  $175 = 9 \times 18 + 13$  : le « reste » 13 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b)  $175 = 9 \times 19 + 4$  : le reste 4 est bien inférieur à 9. ✓

(c)  $175 = 9 \times 20 - 5$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

**C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 4.**

Comme  $4 < 19$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 19 : quotient 9, reste 4.

3.  $143 = 12 \times 11 + 11$

En 11 soirs, elle lit 132 pages ; il lui en reste encore 11.

a) **Il lui faut  $11 + 1 = 12$  soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 11 pages.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 6 201  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 8 134  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 235    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 327    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 3 810  | <b>oui</b> | <b>oui</b> | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°92



CAPU0092

Sommes des chiffres :

$$6\ 201 \rightarrow 6 + 2 + 0 + 1 = 9 \quad 8\ 134 \rightarrow 8 + 1 + 3 + 4 = 16 \quad 235 \rightarrow 2 + 3 + 5 = 10$$
$$327 \rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 \quad 3\ 810 \rightarrow 3 + 8 + 1 + 0 = 12$$

2. Divisible par 2 :  $\square$  est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 :  $2 + 0 + \square = 2 + \square$  doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 6$$

**Une seule solution : 204.**

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 64 est pair mais  $64 = 3 \times 21 + 1$ .  
« 194 est un multiple de 7. » **Faux.**  $194 = 7 \times 27 + 5$  : le reste n'est pas nul.

## Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 54 - 12 + 5 = 42 + 5 = 47$

$$B = 6 \times 6 - 4 \times 6 = 36 - 24 = 12$$

$$C = (4 \times 5 - 1) \div 4 = (20 - 1) \div 4 = 19 \div 4 = 4,75$$

$$D = 3 \times [39 - (8 + 6)] = 3 \times [39 - 14] = 3 \times 25 = 75$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (7 + 9 - 6) = 9 \times (16 - 6) = 9 \times 10 = 90$$

$$2 + 8 - (3 + 6) = 2 + 8 - 9 = 10 - 9 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 69 - 41 \times 59 = 41 \times (69 - 59) = 41 \times 10 = 410$$

$$F = 4 \times 47 \times 25 = 4 \times 25 \times 47 = 100 \times 47 = 4\ 700$$

$$G = 39 \times 9 = 39 \times (10 - 1) = 39 \times 10 - 39 \times 1 = 390 - 39 = 351$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

## Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$      $9 \times 9 = 9^2$      $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2.  $12^2 = 12 \times 12 = 144$      $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$      $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. «  $0,2^2 = 0,4$  » **Faux.**  $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$  : un dixième fois un dixième donne des centièmes.

«  $2 \times 4^2 = 8^2$  » **Faux.**  $2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$ , alors que  $8^2 = 64$ . Le carré ne porte que sur 4.

«  $1^3 = 1$  » **Vrai.**  $1 \times 1 \times 1 = 1$ .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 86 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 86 < 100 = 10^2)$$

$$100 = 10^2 : \text{carré} \quad 109 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2)$$



## Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 2 \times 3^2 - 9 = 2 \times 9 - 9 = 18 - 9 = 9$

$$B = (2 \times 3)^2 - 9 = 6^2 - 9 = 36 - 9 = 27$$

$$C = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$$

$$D = (2 + 4)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$  : dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $2 \times 3$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe  $\times$  qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 6 : 8n^2 = 8 \times 6^2 = 8 \times 36 = 288$$

$$\text{Pour } n = 10 : 8n^2 = 8 \times 10^2 = 8 \times 100 = 800$$

## Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 7 petits cubes sur 7 :  $7^2 = 7 \times 7 = 49$ .

**a) On voit 49 petits cubes sur une face.**

Le grand cube compte 7 couches de 49 petits cubes :  $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$ .

**b) Il a utilisé 343 petits cubes.**

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de  $7 - 2 = 5$  petits cubes d'arête.  $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ .

**c) 125 petits cubes n'ont aucune face peinte.**

**Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 41. »  $\rightarrow$  encore 39 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. »  $\rightarrow$  reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. »  $\rightarrow$  reste : 27.

**Le nombre mystère est 27 ( $27 = 3^3$ ).**