



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°93



CAPU0093

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 10 et le produit de 2 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 10 et 2 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 3 \times (16 - 12) \quad D = 7 + 45 \div 5 \quad E = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$317 \text{ divisé par } 5 \quad 561 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 79 par 7 ? Justifier.

$$(a) 79 = 7 \times 10 + 9 \quad (b) 79 = 7 \times 11 + 2 \quad (c) 79 = 7 \times 12 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 43 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
411					
545					
3 976					
4 260					
3 339					

2. Dans le nombre $4\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 178 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°93



CAPU0093

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 28 - 13 + 5 \quad B = 11 + 42 \div 6 \times 4$$

$$C = 90 - 4 \times (10 - 7) \quad D = [7 + 4 \times (8 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 4 \times 3 - 9 = 9 \quad 8 + 7 + 6 \times 2 = 42$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 \quad F = 28 + 7,8 + 72 \quad G = 44 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 12 \times 12 \quad 2 + 2 + 2 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad (1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2 \quad 0,2^2 = 0,4$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

144 ; 142 ; 36 ; 64 ; 20 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 6^2 - 7 \quad B = (2 \times 6)^2 - 7$$

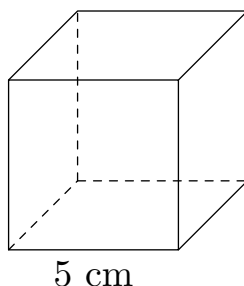
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 7n$ pour $n = 6$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 8 et 65.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°93



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 10 - 2 \times 4 = 10 - 8 = 2$

$$B = (10 - 2) \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 3 \times (16 - 12)$ est un **produit** : c'est le produit de 3 par la différence entre 16 et 12.

$$D = 7 + 45 \div 5 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 7 et du quotient de 45 par 5.}$$

$$E = (2 \times 5)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 63 = 315 \leq 317 < 320 = 5 \times 64$: le quotient est 63, le reste $317 - 315 = 2$.

$$\mathbf{317 = 5 \times 63 + 2}, \text{ avec } 2 < 5.$$

$$26 \times 21 = 546 \leq 561 < 572 = 26 \times 22 : \text{ le quotient est 21, le reste } 561 - 546 = 15.$$

$$\mathbf{561 = 26 \times 21 + 15}, \text{ avec } 15 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $79 = 7 \times 10 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $79 = 7 \times 11 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $79 = 7 \times 12 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 11, reste 2.

Comme $2 < 11$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 79 par 11 : quotient 7, reste 2.

3. $43 = 8 \times 5 + 3$

5 minibus pleins transportent 40 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $5 + 1 = 6$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 3 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°93



CAPU0093

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
411	non	oui	non	non	non
545	non	non	oui	non	non
3 976	oui	non	non	non	non
4 260	oui	oui	oui	non	oui
3 339	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$411 \rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 \quad 545 \rightarrow 5 + 4 + 5 = 14 \quad 3\,976 \rightarrow 3 + 9 + 7 + 6 = 25$$

$$4\,260 \rightarrow 4 + 2 + 6 + 0 = 12 \quad 3\,339 \rightarrow 3 + 3 + 3 + 9 = 18$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 1 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 6; \square = 4 : 9; \square = 7 : 12$$

3 solutions : 411, 441, 471.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 42 est divisible par 3 ($42 = 3 \times 14$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 178 est un multiple de 9. » **Faux.** $178 = 9 \times 19 + 7$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 28 - 13 + 5 = 15 + 5 = 20$

$$B = 11 + 42 \div 6 \times 4 = 11 + 7 \times 4 = 11 + 28 = 39$$

$$C = 90 - 4 \times (10 - 7) = 90 - 4 \times 3 = 90 - 12 = 78$$

$$D = [7 + 4 \times (8 - 1)] \div 5 = [7 + 4 \times 7] \div 5 = [7 + 28] \div 5 = 35 \div 5 = 7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 4) \times 3 - 9 = 6 \times 3 - 9 = 18 - 9 = 9$$

$$(8 + 7 + 6) \times 2 = (15 + 6) \times 2 = 21 \times 2 = 42$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,4 + 12,5 \times 0,6 = 12,5 \times (0,4 + 0,6) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 28 + 7,8 + 72 = 28 + 72 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 44 \times 101 = 44 \times (100 + 1) = 44 \times 100 + 44 \times 1 = 4\,400 + 44 = 4\,444$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

« $(1 + 2)^2 = 1^2 + 2^2$ » **Faux**. $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$, alors que $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

20 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 20 < 25 = 5^2$) $36 = 6^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! $125 = 5^3$: **cube**

142 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 142 < 144 = 12^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 6^2 - 7 = 2 \times 36 - 7 = 72 - 7 = 65$

$B = (2 \times 6)^2 - 7 = 12^2 - 7 = 144 - 7 = 137$

$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 6$: $n^2 + 7n = 6^2 + 7 \times 6 = 36 + 7 \times 6 = 36 + 42 = 78$

Pour $n = 10$: $n^2 + 7n = 10^2 + 7 \times 10 = 100 + 7 \times 10 = 100 + 70 = 170$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 8 et 65. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 16, 36, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).