



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°94



CAPU0094

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 9 et 18 par 3.
- **B** est la somme de 9 et du quotient de 18 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 2 \times 8^2 \quad D = 5 \times 7^2 - 15 \quad E = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

759 divisé par 9 1 372 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 110 par 8 ? Justifier.

$$(a) 110 = 8 \times 13 + 6 \quad (b) 110 = 8 \times 14 - 2 \quad (c) 110 = 8 \times 12 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 68 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 68 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141					
685					
9 196					
1 820					
7 137					

2. Dans le nombre $4\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 72 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°94



CAPU0094

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 8 \times 5 \quad B = 7 \times 8 - 3 \times 6$$

$$C = (7 \times 9 - 3) \div 5 \quad D = [7 + 8 \times (7 - 4)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 4 - 5 - 4 = 8 \quad 9 \times 6 - 3 \times 6 = 162$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 \quad F = 5 \times 54 \times 20 \quad G = 47 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 9 + 9 + 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 7^2 = 14 \quad 3 \times 6^2 = 18^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 49 ; 32 ; 74 ; 16 ; 65

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 6 \quad B = (5 \times 6)^2 - 6$$

$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 8$ et $B = (3a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 77 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 34 et 60.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (9 + 18) \div 3 = 27 \div 3 = 9$

$B = 9 + 18 \div 3 = 9 + 6 = 15$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 2 \times 8^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 8.

$D = 5 \times 7^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 7 et 15.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 84 = 756 \leq 759 < 765 = 9 \times 85$: le quotient est 84, le reste $759 - 756 = 3$.

$759 = 9 \times 84 + 3$, avec $3 < 9$.

$16 \times 85 = 1\,360 \leq 1\,372 < 1\,376 = 16 \times 86$: le quotient est 85, le reste $1\,372 - 1\,360 = 12$.

$1\,372 = 16 \times 85 + 12$, avec $12 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $110 = 8 \times 13 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $110 = 8 \times 14 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $110 = 8 \times 12 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 13, reste 6.

Comme $6 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 110 par 13 : quotient 8, reste 6.

3. $68 = 7 \times 9 + 5$

a) 68 jours font 9 semaines complètes et 5 jours.

Après 9 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 5 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi.

b) Dans 68 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141	non	oui	non	non	non
685	non	non	oui	non	non
9 196	oui	non	non	non	non
1 820	oui	non	oui	non	oui
7 137	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°94



CAPU0094

Sommes des chiffres :

$$141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 685 \rightarrow 6 + 8 + 5 = 19 \quad 9\,196 \rightarrow 9 + 1 + 9 + 6 = 25$$

$$1\,820 \rightarrow 1 + 8 + 2 + 0 = 11 \quad 7\,137 \rightarrow 7 + 1 + 3 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 3 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 423.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 324, somme des chiffres 9.

« 72 est un multiple de 4. » **Vrai.** $72 = 4 \times 18$: le reste de la division de 72 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 8 \times 5 = 18 + 40 = 58$

$$B = 7 \times 8 - 3 \times 6 = 56 - 18 = 38$$

$$C = (7 \times 9 - 3) \div 5 = (63 - 3) \div 5 = 60 \div 5 = 12$$

$$D = [7 + 8 \times (7 - 4)] \div 2 = [7 + 8 \times 3] \div 2 = [7 + 24] \div 2 = 31 \div 2 = 15,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 4 - (5 - 4) = 5 + 4 - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$9 \times (6 - 3) \times 6 = 9 \times 3 \times 6 = 27 \times 6 = 162$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

$$F = 5 \times 54 \times 20 = 5 \times 20 \times 54 = 100 \times 54 = 5\,400$$

$$G = 47 \times 11 = 47 \times (10 + 1) = 47 \times 10 + 47 \times 1 = 470 + 47 = 517$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 7^2 = 14 \text{ » Faux. } 7^2 = 7 \times 7 = 49. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 7 \times 2 = 14, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 3 \times 6^2 = 18^2 \text{ » Faux. } 3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108, \text{ alors que } 18^2 = 324. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$32 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$65 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 65 < 81 = 9^2) \quad 74 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 74 < 81 = 9^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 6 = 5 \times 36 - 6 = 180 - 6 = 174$

$$B = (5 \times 6)^2 - 6 = 30^2 - 6 = 900 - 6 = 894$$

$$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 8 = 3 \times 4^2 - 8 = 3 \times 16 - 8 = 48 - 8 = 40$$

$$B = (3a)^2 - 8 = (3 \times 4)^2 - 8 = 12^2 - 8 = 144 - 8 = 136$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 77 :

$$8^2 = 64 \leq 77 \text{ et } 9^2 = 81 > 77.$$

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$$77 - 64 = 13$$

b) Il lui restera 13 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 34 et 60. » $\rightarrow$ encore 25 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).