



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°95



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 24 et du quotient de 54 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 24 et 54 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6^2 + 5^2 \quad \mathbf{D} = (6 + 4)^2 \quad \mathbf{E} = 4 \times 4^2 - 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

501 divisé par 4 1 035 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 505 par 15 ? Justifier.

$$(a) 505 = 15 \times 34 - 5 \quad (b) 505 = 15 \times 33 + 10 \quad (c) 505 = 15 \times 32 + 25$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 68 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 703					
8 408					
7 450					
687					
245					

2. Dans le nombre $78\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 56 est un multiple de 4.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 + 2 \times 5 \quad B = 2 \times 7 - 4 \times 3$$

$$C = (9 \times 6 - 4) \div 2 \quad D = [2 + 7 \times (11 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 7 \times 3 - 4 = 29 \quad 8 \times 5 + 2 - 8 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 68 + 0,75 + 32 \quad F = 13 \times 11 \quad G = 39 \times 72 + 39 \times 28$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 2 + 2 + 2 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 6^2 = 24^2 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 73 ; 68 ; 81 ; 48 ; 16

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 8 \quad B = (3 \times 6)^2 - 8$$

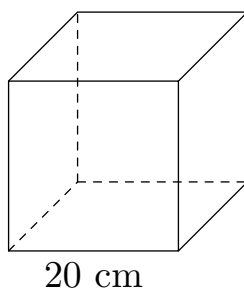
$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 6n$ pour $n = 2$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 76 et 125.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je suis divisible par 2.

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 24 + 54 \div 6 = 24 + 9 = 33$

$B = (24 + 54) \div 6 = 78 \div 6 = 13$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 6 et de 5.

$D = (6 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 6 et 4.

$E = 4 \times 4^2 - 6$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 4 et 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 125 = 500 \leq 501 < 504 = 4 \times 126$: le quotient est 125, le reste $501 - 500 = 1$.

$501 = 4 \times 125 + 1$, avec $1 < 4$.

$21 \times 49 = 1\,029 \leq 1\,035 < 1\,050 = 21 \times 50$: le quotient est 49, le reste $1\,035 - 1\,029 = 6$.

$1\,035 = 21 \times 49 + 6$, avec $6 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $505 = 15 \times 34 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $505 = 15 \times 33 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $505 = 15 \times 32 + 25$: le « reste » 25 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 33, reste 10.

Comme $10 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 505 par 33 : quotient 15, reste 10.

3. $68 = 8 \times 8 + 4$

8 minibus pleins transportent 64 élèves ; il en reste 4 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 4 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 703	non	oui	non	oui	non
8 408	oui	non	non	non	non
7 450	oui	non	oui	non	oui
687	non	oui	non	non	non
245	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$8\ 703 \rightarrow 8 + 7 + 0 + 3 = 18 \quad 8\ 408 \rightarrow 8 + 4 + 0 + 8 = 20 \quad 7\ 450 \rightarrow 7 + 4 + 5 + 0 = 16$$

$$687 \rightarrow 6 + 8 + 7 = 21 \quad 245 \rightarrow 2 + 4 + 5 = 11$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 8 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15; \square = 6 : 21$$

2 solutions : 780, 786.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 30 est divisible par 3 ($30 = 3 \times 10$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 56 est un multiple de 4. » **Vrai.** $56 = 4 \times 14$: le reste de la division de 56 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 + 2 \times 5 = 30 + 10 = 40$

$$B = 2 \times 7 - 4 \times 3 = 14 - 12 = 2$$

$$C = (9 \times 6 - 4) \div 2 = (54 - 4) \div 2 = 50 \div 2 = 25$$

$$D = [2 + 7 \times (11 - 5)] \div 2 = [2 + 7 \times 6] \div 2 = [2 + 42] \div 2 = 44 \div 2 = 22$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 7) \times 3 - 4 = 11 \times 3 - 4 = 33 - 4 = 29$$

$$8 \times (5 + 2) - 8 = 8 \times 7 - 8 = 56 - 8 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 68 + 0,75 + 32 = 68 + 32 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 13 \times 11 = 13 \times (10 + 1) = 13 \times 10 + 13 \times 1 = 130 + 13 = 143$$

$$G = 39 \times 72 + 39 \times 28 = 39 \times (72 + 28) = 39 \times 100 = 3\ 900$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $6 \times 6 = 6^2$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $4 \times 6^2 = 24^2$ » **Faux.** $4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144$, alors que $24^2 = 576$. Le carré ne porte que sur 6.

« $(3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2$ » **Faux.** $(3 + 1)^2 = 4^2 = 16$, alors que $3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$16 = 4^2$: **carré** 48 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 48 < 49 = 7^2$)

68 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2$) 73 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 73 < 81 = 9^2$)

$81 = 9^2$: **carré** $125 = 5^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 8 = 3 \times 36 - 8 = 108 - 8 = 100$

$B = (3 \times 6)^2 - 8 = 18^2 - 8 = 324 - 8 = 316$

$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $n = 2$: $n^2 + 6n = 2^2 + 6 \times 2 = 4 + 6 \times 2 = 4 + 12 = 16$

Pour $n = 10$: $n^2 + 6n = 10^2 + 6 \times 10 = 100 + 6 \times 10 = 100 + 60 = 160$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\ 000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$8\ 000 \div 1\ 000 = 8$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 76 et 125. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).