



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°96



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (3 + 7)^2 \quad \mathbf{D} = (7 + 1) \div 4 \quad \mathbf{E} = (3 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

594 divisé par 7 1 601 divisé par 25

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 276 par 9 ? Justifier.

$$(a) 276 = 9 \times 29 + 15 \quad (b) 276 = 9 \times 31 - 3 \quad (c) 276 = 9 \times 30 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 53 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
335					
141					
3 760					
3 244					
7 947					

2. Dans le nombre $72\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 109.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°96



CAPU0096

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 3 \times 6 \quad B = 35 \div 7 \times 3$$

$$C = (9 \times 5 - 6) \div 4 \quad D = 8,3 + 2 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 4 + 6 + 6 = 36 \quad 7 + 7 + 8 \times 2 = 37$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4 \times 66 \times 25 \quad F = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 \quad G = 30 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 2^3 = 6 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 118 ; 81 ; 27 ; 50 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 8 \quad B = (3 \times 3)^2 - 8$$

$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 4$ et $B = (5x)^2 - 4$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 55 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 58. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 3.
Mon chiffre des unités est 6.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 7)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 7.

$$D = (7 + 1) \div 4 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 7 et 1 par 4.}$$

$$E = (3 + 2)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 2.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 84 = 588 \leq 594 < 595 = 7 \times 85$: le quotient est 84, le reste $594 - 588 = 6$.

$$594 = 7 \times 84 + 6, \text{ avec } 6 < 7.$$

$$25 \times 64 = 1\,600 \leq 1\,601 < 1\,625 = 25 \times 65 : \text{le quotient est 64, le reste } 1\,601 - 1\,600 = 1.$$

$$1\,601 = 25 \times 64 + 1, \text{ avec } 1 < 25.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $276 = 9 \times 29 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $276 = 9 \times 31 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $276 = 9 \times 30 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 9. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 30, reste 6.

Comme $6 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 276 par 30 : quotient 9, reste 6.

3. $53 = 8 \times 6 + 5$

6 minibus pleins transportent 48 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 5 = 3$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
335	non	non	oui	non	non
141	non	oui	non	non	non
3 760	oui	non	oui	non	oui
3 244	oui	non	non	non	non
7 947	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$335 \rightarrow 3 + 3 + 5 = 11 \quad 141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 3\,760 \rightarrow 3 + 7 + 6 + 0 = 16$$

$$3\,244 \rightarrow 3 + 2 + 4 + 4 = 13 \quad 7\,947 \rightarrow 7 + 9 + 4 + 7 = 27$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 2 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 720, 726.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 117, somme des chiffres 9.

« 8 est un diviseur de 109. » **Faux**. $109 = 8 \times 13 + 5$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 3 \times 6 = 57 - 18 = 39$

$$B = 35 \div 7 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

$$C = (9 \times 5 - 6) \div 4 = (45 - 6) \div 4 = 39 \div 4 = 9,75$$

$$D = 8,3 + 2 \times 1,2 = 8,3 + 2,4 = 10,7$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (4 + 6) + 6 = 3 \times 10 + 6 = 30 + 6 = 36$$

$$7 + (7 + 8) \times 2 = 7 + 15 \times 2 = 7 + 30 = 37$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4 \times 66 \times 25 = 4 \times 25 \times 66 = 100 \times 66 = 6\,600$$

$$F = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 = 4,5 \times (0,7 + 0,3) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 30 \times 11 = 30 \times (10 + 1) = 30 \times 10 + 30 \times 1 = 300 + 30 = 330$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $7^3 = 343$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $2^3 = 6$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

50 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

$81 = 9^2$: **carré** 118 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 8 = 3 \times 9 - 8 = 27 - 8 = 19$

$B = (3 \times 3)^2 - 8 = 9^2 - 8 = 81 - 8 = 73$

$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$

$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 5x^2 - 4 = 5 \times 4^2 - 4 = 5 \times 16 - 4 = 80 - 4 = 76$

$B = (5x)^2 - 4 = (5 \times 4)^2 - 4 = 20^2 - 4 = 400 - 4 = 396$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 55 :

$7^2 = 49 \leq 55$ et $8^2 = 64 > 55$.

a) **Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.**

$55 - 49 = 6$

b) **Il lui restera 6 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 58. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 9, 36.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).