



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°97



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 4 et de 3.
- **B** est le carré de la somme de 4 et 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (7 + 3)^2 \quad D = 4^2 + 5^2 \quad E = (4 + 6) \times 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

292 divisé par 7 739 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 146 par 9 ? Justifier.

$$(a) 146 = 9 \times 15 + 11 \quad (b) 146 = 9 \times 16 + 2 \quad (c) 146 = 9 \times 17 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 59 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
807					
185					
9 830					
4 239					
9 248					

2. Dans le nombre $97\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 49.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°97



CAPU0097

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 57 - 5 \times 5 \quad B = 8 \times 2 - 3 \times 3$$

$$C = (9 + 4) \times 2 - 14 \quad D = 3,4 + 2 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 + 6 \times 4 = 56 \quad 8 \times 4 + 6 - 3 = 77$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 \quad F = 71 + 12,6 + 29 \quad G = 28 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 4 \times 4 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 5^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 3 \times 4^2 = 12^2 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

56 ; 1 000 ; 144 ; 63 ; 49 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 7 \quad B = (2 \times 4)^2 - 7$$

$$C = 2^2 + 1^2 \quad D = (2 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 10 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 6$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 155 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 132 et 195. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 3.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$

$$B = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 3.

$$D = 4^2 + 5^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 4 et de 5.}$$

$$E = (4 + 6) \times 8 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 4 et 6 par 8.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 41 = 287 \leq 292 < 294 = 7 \times 42$: le quotient est 41, le reste $292 - 287 = 5$.

$$292 = 7 \times 41 + 5, \text{ avec } 5 < 7.$$

$$16 \times 46 = 736 \leq 739 < 752 = 16 \times 47 : \text{le quotient est 46, le reste } 739 - 736 = 3.$$

$$739 = 16 \times 46 + 3, \text{ avec } 3 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $146 = 9 \times 15 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $146 = 9 \times 16 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $146 = 9 \times 17 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 16, reste 2.

Comme $2 < 16$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 146 par 16 : quotient 9, reste 2.

3. $59 = 8 \times 7 + 3$

7 minibus pleins transportent 56 élèves ; il en reste 3 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 3 = 5$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°97



CAPU0097

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
807	non	oui	non	non	non
185	non	non	oui	non	non
9 830	oui	non	oui	non	oui
4 239	non	oui	non	oui	non
9 248	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$807 \rightarrow 8 + 0 + 7 = 15 \quad 185 \rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \quad 9\,830 \rightarrow 9 + 8 + 3 + 0 = 20$$

$$4\,239 \rightarrow 4 + 2 + 3 + 9 = 18 \quad 9\,248 \rightarrow 9 + 2 + 4 + 8 = 23$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $9 + 7 + \square = 16 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 21$$

Une seule solution : 975.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 630, somme des chiffres 9.

« 3 est un diviseur de 49. » **Faux**. $49 = 3 \times 16 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 57 - 5 \times 5 = 57 - 25 = 32$

$$B = 8 \times 2 - 3 \times 3 = 16 - 9 = 7$$

$$C = (9 + 4) \times 2 - 14 = 13 \times 2 - 14 = 26 - 14 = 12$$

$$D = 3,4 + 2 \times 0,5 = 3,4 + 1 = 4,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 6 + 6) \times 4 = (8 + 6) \times 4 = 14 \times 4 = 56$$

$$8 \times (4 + 6) - 3 = 8 \times 10 - 3 = 80 - 3 = 77$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,7 + 12,5 \times 0,3 = 12,5 \times (0,7 + 0,3) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 71 + 12,6 + 29 = 71 + 29 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 28 \times 101 = 28 \times (100 + 1) = 28 \times 100 + 28 \times 1 = 2\,800 + 28 = 2\,828$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°97



CAPU0097

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $4 \times 4 = 4^2$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux**. $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

« $5^3 = 15$ » **Faux**. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$49 = 7^2$: **carré** 56 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2$)

63 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

$144 = 12^2$: **carré** $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 7 = 2 \times 16 - 7 = 32 - 7 = 25$

$B = (2 \times 4)^2 - 7 = 8^2 - 7 = 64 - 7 = 57$

$C = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$

$D = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 6$: $x^2 + 10 = 6^2 + 10 = 36 + 10 = 46$ et $7x = 7 \times 6 = 42$.

$46 \neq 42$: l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 10 = 5^2 + 10 = 25 + 10 = 35$ et $7x = 7 \times 5 = 35$.

$35 = 35$: l'égalité est vraie pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 5 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 155 :

$12^2 = 144 \leq 155$ et $13^2 = 169 > 155$.

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$155 - 144 = 11$

b) Il lui restera 11 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 132 et 195. » $\rightarrow$ encore 62 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 169.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°97



Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).