



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°98



CAPU0098

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 3.
- **B** est le carré du double de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 17 - 2 \times 2 \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = (2 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

863 divisé par 8 1 088 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 259 par 14 ? Justifier.

$$(a) 259 = 14 \times 17 + 21 \quad (b) 259 = 14 \times 19 - 7 \quad (c) 259 = 14 \times 18 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 292 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 292 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 041					
8 968					
147					
8 460					
325					

2. Dans le nombre $76\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 3 est un diviseur de 76.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°98



CAPU0098

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 43 - 3 \times 6 \quad B = 7 \times 4 - 6 \times 3$$

$$C = 80 - 4 \times (20 - 3) \quad D = 3,6 + 4 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 2 - 5 + 2 = 4 \quad 9 \times 9 + 5 + 3 = 153$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 53 + 13 \times 47 \quad F = 48 \times 101 \quad G = 5 \times 82 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 6 + 6 + 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 4 \times 4^2 = 16^2 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 111 ; 79 ; 27 ; 81 ; 35

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 1 \quad B = (3 \times 4)^2 - 1$$

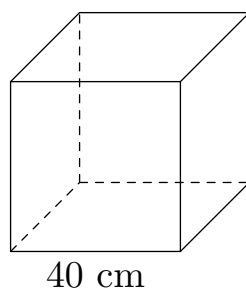
$$C = 2^2 + 7^2 \quad D = (2 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 5$ et $B = (5a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 68 et 106.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 0.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°98



CAPU0098

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

$$B = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 17 - 2 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 17 et le produit de 2 par 2.

$$D = (2 \times 5)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 5.}$$

$$E = (2 + 1)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 2 et 1.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 107 = 856 \leq 863 < 864 = 8 \times 108$: le quotient est 107, le reste $863 - 856 = 7$.

$$863 = 8 \times 107 + 7, \text{ avec } 7 < 8.$$

$$26 \times 41 = 1\,066 \leq 1\,088 < 1\,092 = 26 \times 42 : \text{le quotient est 41, le reste } 1\,088 - 1\,066 = 22.$$

$$1\,088 = 26 \times 41 + 22, \text{ avec } 22 < 26.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $259 = 14 \times 17 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $259 = 14 \times 19 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $259 = 14 \times 18 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 18, reste 7.

Comme $7 < 18$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 259 par 18 : quotient 14, reste 7.

3. $292 = 7 \times 41 + 5$

a) 292 jours font 41 semaines complètes et 5 jours.

Après 41 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 5 jours : vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 292 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 041	non	oui	non	oui	non
8 968	oui	non	non	non	non
147	non	oui	non	non	non
8 460	oui	oui	oui	oui	oui
325	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°98



CAPU0098

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,041 &\rightarrow 4 + 0 + 4 + 1 = 9 & 8\,968 &\rightarrow 8 + 9 + 6 + 8 = 31 & 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 \\ 8\,460 &\rightarrow 8 + 4 + 6 + 0 = 18 & 325 &\rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $7 + 6 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 765.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 3 est un diviseur de 76. » **Faux.** $76 = 3 \times 25 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 43 - 3 \times 6 = 43 - 18 = 25$

$$B = 7 \times 4 - 6 \times 3 = 28 - 18 = 10$$

$$C = 80 - 4 \times (20 - 3) = 80 - 4 \times 17 = 80 - 68 = 12$$

$$D = 3,6 + 4 \times 1,2 = 3,6 + 4,8 = 8,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 2 - (5 + 2) = 9 + 2 - 7 = 11 - 7 = 4$$

$$9 \times (9 + 5 + 3) = 9 \times (14 + 3) = 9 \times 17 = 153$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 53 + 13 \times 47 = 13 \times (53 + 47) = 13 \times 100 = 1\,300$$

$$F = 48 \times 101 = 48 \times (100 + 1) = 48 \times 100 + 48 \times 1 = 4\,800 + 48 = 4\,848$$

$$G = 5 \times 82 \times 20 = 5 \times 20 \times 82 = 100 \times 82 = 8\,200$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 4 \times 4^2 = 16^2 \text{ » Faux. } 4 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64, \text{ alors que } 16^2 = 256. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°98



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 1 = 3 \times 16 - 1 = 48 - 1 = 47$

$$B = (3 \times 4)^2 - 1 = 12^2 - 1 = 144 - 1 = 143$$

$$C = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$$

$$D = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 5 = 5 \times 2^2 - 5 = 5 \times 4 - 5 = 20 - 5 = 15$$

$$B = (5a)^2 - 5 = (5 \times 2)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de **64 000 cm³**.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient **64 litres**.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 68 et 106. » $\rightarrow$ encore 37 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 0. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).