



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°99



CAPU0099

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 25 et 3 par 5.
- **B** est la différence entre 25 et le produit de 3 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (1 + 2)^3 \quad D = (2 \times 4)^2 \quad E = 9^2 - 50$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

798 divisé par 9 923 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 257 par 13 ? Justifier.

$$(a) 257 = 13 \times 20 - 3 \quad (b) 257 = 13 \times 19 + 10 \quad (c) 257 = 13 \times 18 + 23$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 244					
8 570					
865					
6 183					
471					

2. Dans le nombre $8\square6$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 45.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°99



CAPU0099

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 28 - 10 + 8 \quad B = 10 \div 2 \times 5$$

$$C = 84 - 5 \times (12 - 7) \quad D = [9 + 2 \times (7 - 5)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 5 + 6 \times 3 = 30 \quad 4 - 2 + 7 - 8 = 3$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 99 \quad F = 22 \times 48 - 22 \times 38 \quad G = 2 \times 31 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 \times 7 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

96 ; 49 ; 64 ; 60 ; 81 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 3^2 - 5 \quad B = (3 \times 3)^2 - 5$$

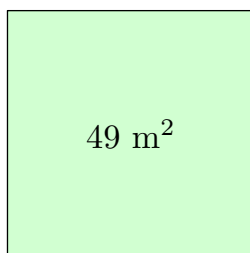
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 12 = 8n$ est-elle vraie pour $n = 6$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 49 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 58.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 7.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (25 - 3) \times 5 = 22 \times 5 = 110$

$B = 25 - 3 \times 5 = 25 - 15 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

$D = (2 \times 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$E = 9^2 - 50$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 9 et 50.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 88 = 792 \leq 798 < 801 = 9 \times 89$: le quotient est 88, le reste $798 - 792 = 6$.

$798 = 9 \times 88 + 6$, avec $6 < 9$.

$17 \times 54 = 918 \leq 923 < 935 = 17 \times 55$: le quotient est 54, le reste $923 - 918 = 5$.

$923 = 17 \times 54 + 5$, avec $5 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $257 = 13 \times 20 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $257 = 13 \times 19 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 13. ✓

(c) $257 = 13 \times 18 + 23$: le « reste » 23 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 10.

Comme $10 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 257 par 19 : quotient 13, reste 10.

3. $52 = 7 \times 7 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 7 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 244	oui	non	non	non	non
8 570	oui	non	oui	non	oui
865	non	non	oui	non	non
6 183	non	oui	non	oui	non
471	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°99



CAPU0099

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 9\,244 \rightarrow 9 + 2 + 4 + 4 = 19 & 8\,570 \rightarrow 8 + 5 + 7 + 0 = 20 & 865 \rightarrow 8 + 6 + 5 = 19 \\ 6\,183 \rightarrow 6 + 1 + 8 + 3 = 18 & 471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 6 = 14 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 846.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 747, somme des chiffres 18.

« 3 est un diviseur de 45. » **Vrai.** $45 = 3 \times 15$: le reste de la division de 45 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 28 - 10 + 8 = 18 + 8 = 26$

$$B = 10 \div 2 \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

$$C = 84 - 5 \times (12 - 7) = 84 - 5 \times 5 = 84 - 25 = 59$$

$$D = [9 + 2 \times (7 - 5)] \div 2 = [9 + 2 \times 2] \div 2 = [9 + 4] \div 2 = 13 \div 2 = 6,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 - 5 + 6) \times 3 = (4 + 6) \times 3 = 10 \times 3 = 30$$

$$4 - (2 + 7 - 8) = 4 - (9 - 8) = 4 - 1 = 3$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 99 = 38 \times (100 - 1) = 38 \times 100 - 38 \times 1 = 3\,800 - 38 = 3\,762$$

$$F = 22 \times 48 - 22 \times 38 = 22 \times (48 - 38) = 22 \times 10 = 220$$

$$G = 2 \times 31 \times 5 = 2 \times 5 \times 31 = 10 \times 31 = 310$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $7 \times 7 = 7^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (3 + 4)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 60 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$96 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 96 < 100 = 10^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$

$B = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$

$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×3 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 6$: $n^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48$ et $8n = 8 \times 6 = 48$.

48 = 48 : l'égalité est vraie pour $n = 6$.

Pour $n = 5$: $n^2 + 12 = 5^2 + 12 = 25 + 12 = 37$ et $8n = 8 \times 5 = 40$.

37 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 6 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 49 : $7 \times 7 = 49$, c'est-à-dire $7^2 = 49$.

a) Le côté mesure 7 m.

$4 \times 7 = 28$

b) Le périmètre est de 28 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 58. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Mon chiffre des unités est 7. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).