



Équations

Cycle 4 — Fiche n°78



Les 5 exercices ci-dessous balaient les équations au cycle 4 : vérifier qu'un nombre est solution, résoudre une équation du premier degré, traiter le cas où l'inconnue figure des deux côtés du signe égal, mettre un problème en équation, et résoudre une équation produit nul ou du type $x^2 = k$. La mise en équation d'un problème tombe presque chaque année au DNB.

Exercice 1 — Tester une solution

On considère l'équation $5x - 3 = -4x + 60$.

1. Le nombre **10** est-il solution de cette équation ? Justifier par un calcul.
2. Même question pour **7**.
3. Que peut-on en conclure ?

Exercice 2 — Résoudre une équation du premier degré

Résoudre chacune des équations suivantes. **Détailler les étapes** et vérifier la solution trouvée.

1. $-8x + 5 = -27$
2. $3x + 9 = -6$
3. $6x - 3 = -21$

Exercice 3 — L'inconnue des deux côtés

Résoudre chacune des équations suivantes, dans lesquelles l'inconnue figure **dans les deux membres**.

1. $2x + 9 = -3x + 54$
2. $7x + 6 = -x - 18$
3. $4x + 10 = -4x + 50$

Exercice 4 — Mettre un problème en équation

Lire l'énoncé, choisir l'inconnue, puis répondre aux questions.

Pour aller **au cinéma**, deux formules sont proposées :

1. **Formule A** : 9 € par entrée, sans abonnement.
2. **Formule B** : un abonnement annuel de 72 €, puis 3 € par entrée.

On cherche le nombre d'entrées à partir duquel les deux formules coûtent le même prix.

1. Exprimer le coût de chaque formule en fonction du nombre d'entrées.
2. Mettre le problème en équation et le résoudre.
3. Pour **20 entrées**, quelle formule est la plus avantageuse ? Justifier par un calcul, en €.

Exercice 5 — Équation produit nul et carrés

Résoudre les équations suivantes. **Justifier** en citant la propriété utilisée.

1. $(3x + 15) \times (x + 6) = 0$
2. $x^2 = 36$
3. $x^2 = -36$

Correction

Exercice 1 — Correction

Pour **tester** si un nombre est solution, on remplace x par ce nombre dans **chaque membre séparément**, on calcule les deux résultats, puis on les compare. On ne résout rien : c'est une simple vérification.

1. On remplace x par 10 :

$$\text{Membre de gauche : } 5x - 3 = 5 \times 10 - 3 = 47$$

$$\text{Membre de droite : } -4x + 60 = -4 \times 10 + 60 = 20$$

Les deux membres ne sont pas égaux ($47 \neq 20$) : 10 n'est pas solution de l'équation.

2. On remplace x par 7 :

$$\text{Membre de gauche : } 5x - 3 = 5 \times 7 - 3 = 32$$

$$\text{Membre de droite : } -4x + 60 = -4 \times 7 + 60 = 32$$

Les deux membres sont égaux ($32 = 32$) : 7 est solution de l'équation.

3.

Parmi les deux nombres testés, seul 7 est solution de l'équation.

Attention : avoir trouvé une solution ne prouve pas qu'il n'y en a pas d'autres. Ici l'équation est du premier degré, donc elle en admet exactement une — mais c'est la **résolution**, pas le test, qui le démontre.

Exercice 2 — Correction

Méthode. On isole x en deux temps : d'abord on fait passer le terme constant de l'autre côté (en lui changeant de signe), puis on divise les deux membres par le coefficient de x . Tout ce qu'on fait à un membre, on le fait à l'autre.

1.

$$-8x + 5 = -27$$

$$-8x = -27 - 5$$

$$-8x = -32$$

$$x = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

La solution est 4.

$$\text{Vérification : } -8 \times 4 + 5 = -27 \checkmark$$

2.

$$3x + 9 = -6$$

$$3x = -6 - 9$$

$$3x = -15$$

$$x = \frac{-15}{3}$$

$$x = -5$$

La solution est -5.

$$\text{Vérification : } 3 \times (-5) + 9 = -6 \checkmark$$

3.

$$6x - 3 = -21$$

$$6x = -21 + 3$$

$$6x = -18$$



$$x = \frac{-18}{6}$$

$$x = -3$$

La solution est -3.

Vérification : $6 \times (-3) - 3 = -21 \checkmark$

Exercice 3 — Correction

Méthode. On regroupe les termes en x d'un côté et les nombres de l'autre. Un terme qui change de membre **change de signe**. On termine comme une équation ordinaire, par une division.

1.

$$2x + 9 = -3x + 54$$

$$2x + 3x = 54 - 9$$

$$5x = 45$$

$$x = \frac{45}{5}$$

$$x = 9$$

La solution est 9.

Vérification : à gauche $2 \times 9 + 9 = 27$, à droite $-3 \times 9 + 54 = 27 \checkmark$

2.

$$7x + 6 = -x - 18$$

$$7x + x = -18 - 6$$

$$8x = -24$$

$$x = \frac{-24}{8}$$

$$x = -3$$

La solution est -3.

Vérification : à gauche $7 \times (-3) + 6 = -15$, à droite $-(-3) - 18 = -15 \checkmark$

3.

$$4x + 10 = -4x + 50$$

$$4x + 4x = 50 - 10$$

$$8x = 40$$

$$x = \frac{40}{8}$$

$$x = 5$$

La solution est 5.

Vérification : à gauche $4 \times 5 + 10 = 30$, à droite $-4 \times 5 + 50 = 30 \checkmark$

Exercice 4 — Correction

Méthode en trois temps. (1) On nomme l'inconnue et on précise ce qu'elle représente, **avec son unité**. (2) On traduit l'énoncé par une égalité. (3) On résout, puis on **revient à la question posée** : la solution de l'équation n'est pas toujours la réponse attendue.

1. On appelle x le **nombre d'entrées**.

Formule A : $9x$

Formule B : $72 + 3x$

2. Les deux formules coûtent le même prix lorsque :

$$9x = 72 + 3x$$



$$9x - 3x = 72$$

$$6x = 72$$

$$x = \frac{72}{6} = 12$$

Les deux formules reviennent au même prix pour 12 entrées (soit 108 € dans les deux cas).

3. Pour 20 entrées :

$$\text{Formule A : } 9 \times 20 = 180 \text{ €}$$

$$\text{Formule B : } 72 + 3 \times 20 = 132 \text{ €}$$

La formule B est la plus avantageuse pour 20 entrées (écart de 48 €).

À retenir : l'abonnement devient rentable au-delà du point d'équilibre, ici 12 entrées — pas avant. C'est exactement ce que calcule l'équation.

Exercice 5 — Correction

Propriété du produit nul. Un produit de facteurs est nul **si et seulement si** l'un au moins de ses facteurs est nul. On traite donc chaque facteur séparément.

1. Le produit est nul, donc l'un des deux facteurs est nul :

$$3x + 15 = 0 \text{ ou } x + 6 = 0$$

$$3x = -15 \text{ ou } x = -6$$

$$x = -5 \text{ ou } x = -6$$

L'équation admet deux solutions : -5 et -6.

Équation $x^2 = k$. Si $k > 0$, elle a **deux** solutions opposées, $\sqrt{k}$ et $-\sqrt{k}$. Si $k = 0$, une seule : 0. Si $k < 0$, **aucune** solution, car un carré n'est jamais négatif.

2. Ici $36 > 0$, et $36 = 6^2$:

$$x = 6 \text{ ou } x = -6$$

Les solutions sont 6 et -6.

3. Ici $-36 < 0$:

L'équation $x^2 = -36$ n'a aucune solution, car le carré d'un nombre est toujours positif ou nul.

Erreur classique : ne donner qu'une seule solution à $x^2 = 36$. Il y en a bien **deux**, 6 et -6, puisque $(-6)^2 = 36$ aussi.