Grandeurs et mesures

Cycle 4 — Fiche n°219

GRAN0219

Les 5 exercices ci-dessous balaient les grandeurs et mesures au cycle 4 : calculer un périmètre, une aire, traiter une figure composée, calculer le volume d'un solide usuel, et convertir des unités d'aire et de volume. Chaque figure est dessinée ; les réponses sont attendues avec leur unité.

Exercice 1 — Périmètres

Calculer le périmètre de chacune des deux figures. **Préciser l'unité** de chaque résultat.

Figure 1 — un rectangle

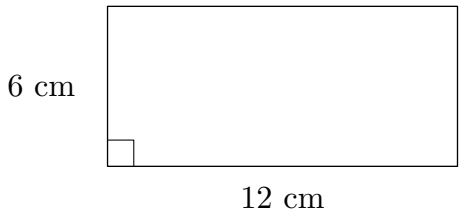
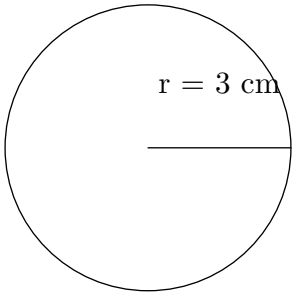


Figure 2 — un cercle



1. Calculer le **périmètre du rectangle**, en cm.
2. Calculer le **périmètre du cercle**, en cm : donner la valeur exacte (en fonction de π) puis la valeur arrondie au dixième.

Exercice 2 — Aires

Calculer l'aire de chacune des deux figures, **en cm²**.

Figure 1 — un rectangle

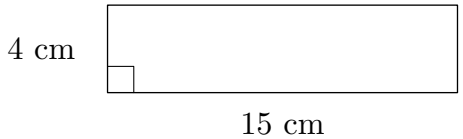
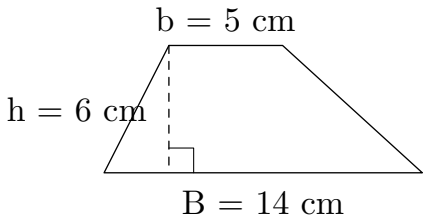


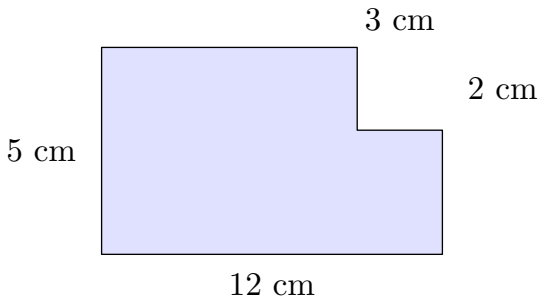
Figure 2 — un trapèze



1. Calculer l'aire du rectangle, en cm^2.
2. Calculer l'aire d'un trapèze, en cm^2.

Exercice 3 — Figure composée

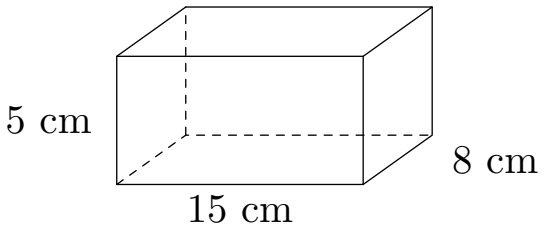
La figure coloriée ci-dessous est obtenue en **retirant un petit rectangle** au coin supérieur droit d'un grand rectangle.



1. Calculer l'**aire** de la figure coloriée, en cm^2.
2. Calculer son **périmètre**, en cm.
3. L'aire de la figure est-elle égale à celle du grand rectangle ? Et son périmètre ? Justifier.

Exercice 4 — Volume

Le solide ci-dessous est **un pavé droit**.



1. Calculer son **volume**, en cm^3.
2. Convertir ce volume en **litres** ($1\ \text{L} = 1\ 000\ \text{cm}^3$).
3. Si l'on **double la hauteur**, par combien le volume est-il multiplié ? Justifier sans tout recalculer.

Exercice 5 — Conversions et problème

A. Compléter les conversions suivantes.

Grandeur	Valeur	à convertir en	Résultat
Aire	$3\ \text{m}^2$	cm^2	…
Aire	$300\ \text{dm}^2$	m^2	…
Volume	$4{,}5\ \text{dm}^3$	cm^3	…
Volume	$4\ 500\ 000\ \text{mm}^3$	cm^3	…

B. Résoudre le problème suivant.

Une pièce rectangulaire mesure **6 m** de long, **3,5 m** de large et **2,4 m** de haut. On souhaite peindre **les quatre murs** (ni le sol, ni le plafond, et sans tenir compte des ouvertures).

1. Calculer l'**aire totale à peindre**, en m^2.
2. Un litre de peinture couvre **12 m²**. Combien de litres faut-il, au minimum ? (arrondir au dixième)
3. La peinture coûte 18 € le litre. Estimer le **coût**, en €.

Correction

Exercice 1 — Correction

Périmètre d'un rectangle : P = 2 × (Longueur + largeur). **Périmètre d'un cercle** (ou circonférence) : P = 2 × π × r, où r est le rayon — soit aussi P = π × d avec d le diamètre.

1. Rectangle :

$$P = 2 \times (12 + 6) = 2 \times 18 = 36$$

Le périmètre du rectangle est de 36 cm.

2. Cercle :

$$P = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$$

$$P \approx 6 \times 3{,}14 \approx 18{,}8$$

Le périmètre du cercle vaut exactement 6π cm, soit environ 18,8 cm.

Attention : un périmètre est une **longueur**, il s'exprime en cm, m, km — jamais en cm^2. Et on ne confond pas le **rayon** avec le **diamètre** : le diamètre vaut deux fois le rayon.

Exercice 2 — Correction

Aire d'un rectangle : A = Longueur × largeur. **Aire d'un trapèze** : A = (grande base + petite base) × hauteur ÷ 2.

1. Rectangle :

$$A = 15 \times 4 = 60$$

L'aire du rectangle est de 60 cm^2.

2. Un trapèze — on applique $A = \dfrac{(B + b) \times h}{2}$:

$$A = \frac{(14 + 5) \times 6}{2} = \frac{19 \times 6}{2} = 57$$

L'aire d'un trapèze est de 57 cm^2.

Ne pas confondre aire et périmètre. Le périmètre est une longueur (cm), l'aire une surface (cm^2). Deux figures peuvent avoir le même périmètre et des aires différentes.

Exercice 3 — Correction

Méthode. Pour une figure composée, on la **décompose** en figures usuelles : ici, un grand rectangle **moins** un petit. On additionne ou on soustrait les aires.

1. Aire du grand rectangle, puis du morceau retiré :

Grand rectangle : $12 \times 5 = 60$ cm^2

Rectangle retiré : $3 \times 2 = 6$ cm^2

Aire coloriée : $60 - 6 = 54$

L'aire de la figure coloriée est de 54 cm^2.

2. Périmètre : on parcourt le contour. Les deux segments de la découpe « remplacent » exactement les portions retirées :

$$P = 12 + 3 + 3 + 2 + 9 + 5 = 34$$

Le périmètre de la figure coloriée est de 34 cm.

3.

L'aire a diminué (54 cm^2 au lieu de 60 cm^2), mais le périmètre est le même que celui du grand rectangle (34 cm).

C'est le point intéressant de l'exercice : en découpant un coin, on retire de la surface sans changer le tour. Les deux côtés du coin enlevé sont remplacés par deux segments de mêmes longueurs, décalés. Aire et périmètre sont bien deux grandeurs **indépendantes**.

Exercice 4 — Correction

Volume d'un pavé droit : V = Longueur × largeur × hauteur. Des longueurs en cm donnent un volume en cm^3.

1.

$$V = 15 \times 8 \times 5 = 600$$

Le volume est de 600 cm^3.

2. On divise par 1 000 :

$$600 \div 1\,000 = 0{,}6$$

Cela représente 0,6 L.

3.

Le volume est multiplié par 2.

La hauteur intervient **une seule fois** dans la formule, et de façon multiplicative : la doubler double le volume. En revanche, doubler le **rayon** d'un cylindre multiplierait le volume par **4**, puisque le rayon y est élevé au carré.

Exercice 5 — Correction

Unités d'aire : on passe d'une unité à la suivante en multipliant ou divisant par **100** (et non par 10) : 1 m^2 = 100 dm^2 = 10 000 cm^2. **Unités de volume :** le facteur est **1 000** : 1 dm^3 = 1 000 cm^3, et 1 dm^3 = 1 L.

A. Conversions :

Grandeur	Valeur	à convertir en	Résultat
Aire	3 m^2	cm^2	30 000 cm^2
Aire	300 dm^2	m^2	3 m^2
Volume	4,5 dm^3	cm^3	4500 cm^3
Volume	4 500 000 mm^3	cm^3	4500 cm^3

Erreur classique : appliquer le facteur 10 des longueurs aux aires et aux volumes. Un carré de 1 m de côté mesure 100 cm de côté, donc son aire vaut 100 × 100 = **10 000** cm^2, pas 100 cm^2.

B. Problème :

1. Les quatre murs forment une bande de hauteur 2,4 m et de longueur égale au périmètre de la pièce :

Périmètre : $2 \times (6 + 3{,}5) = 19$ m

Aire : $19 \times 2{,}4 = 45{,}6$

Il faut peindre 45,6 m^2.

2.

$$\frac{45{,}6}{12} = 3{,}8$$

Il faut environ 3,8 L de peinture.

3.

$$3{,}8 \times 18 = 68{,}4$$

Le coût est d'environ 68,40 €.